

**STUDIA**  
**UNIVERSITATIS BABEŞ-BOLYAI**

**SERIES PHYSICA**

**FASCICULUS 1**

**1973**

**C L U J**

**REDACTOR ȘEF: Prof. ȘT. PASCU, membru corespondent al Academiei**

**REDACTORI ȘEFI ADJUNCȚI: Acad. prof. ȘT. PÉTERFI, prof. GH. MARCU,  
prof. A. NEGUCIOIU**

**COMITETUL DE REDACȚIE AL SERIEI FIZICĂ: Prof. AL. BÓDI, prof. Z. GÁBOS  
(redactor responsabil), prof. V. MERCEA, membru corespondent al Academiei,  
prof. I. POP, lect. V. NICULESCU (secretar de redacție)**

În cel de al XVIII-lea an de apariție (1973) *Studia Universitatis Babeș—Bolyai* cuprinde seriile :

matematică—mecanică (2 fascicule);  
fizică (2 fascicule);  
chimie (2 fascicule);  
geologie—mineralogie (2 fascicule);  
geografie (2 fascicule);  
biologie (2 fascicule)  
filozofie;  
sociologie;  
științe economice (2 fascicule);  
psihologie—pedagogie;  
științe juridice;  
istorie (2 fascicule);  
lingvistică—literatură (2 fascicule).

На XVIII году издания (1973) *Studia Universitatis Babeș—Bolyai* выходят следующими сериями :

математика—механика (2 выпуска);  
физика (2 выпуска);  
химия (2 выпуска);  
геология—минералогия (2 выпуска);  
география (2 выпуска);  
биология (2 выпуска);  
философия;  
социология;  
экономические науки (2 выпуска);  
психология—педагогика;  
юридические науки;  
история (2 выпуска);  
языкознание—литературоведение (2 выпуска).

Dans leur XVIII-e année de publication (1973) les *Studia Universitatis Babeș—Bolyai* comportent les séries suivantes :

mathématiques—mécanique (2 fascicules);  
physique (2 fascicules);  
chimie (2 fascicules);  
géologie—minéralogie (2 fascicules);  
géographie (2 fascicules);  
biologie (2 fascicules);  
philosophie;  
sociologie;  
sciences économiques (2 fascicules);  
psychologie—pédagogie;  
sciences juridiques;  
histoire (2 fascicules);  
linguistique—littérature (2 fascicules).

# STUDIA

## UNIVERSITATIS BABEȘ-BOLYAI

### SERIES PHYSICA

#### FASCICULUS 1

---

Redacția: CLUJ, str. M. Kogălniceanu, 1 • Telefon 1 34 50

---

#### SUMAR — СОДЕРЖАНИЕ — CONTENTS — SOMMAIRE — INHALT

- Z. GÁBOS, J. LÁZÁR, Beziehungen zwischen der Joos-Weinberg-und Tensor-Beschreibung der Bosonfelder • Legături între descrierea Joos-Weinberg și descrierea tensorială a câmpurilor bosonice • Связи между формализмом Иоос-Вейнберга и тензорным формализмом бозонных полей . . . . . 3
- P. SENGUPTA, An Empty Bubble in Nonstatic Cosmological Models • Modele cosmologice nestatice cu cavități sferice ovale • Нестатические космологические модели с овальными сферическими полостями . . . . . 13
- V. CRISTEA, Instalație pentru studierea variației cu temperatura a constantei Hall, a conductibilității electrice și magnetorezistenței • Установка для изучения температурной зависимости константы Холла, электропроводности и магнитосопротивления • Installation pour l'étude de la variation, suivant la température, de la constante Hall, de la conductibilité électrique et de la magnéto-résistance . . . . . 25
- M. COLDEA, V. NICULESCU, I. POP, Dispozitiv pentru măsurători de RMN în sisteme metalice în regim de temperatură variabilă • Устройство для измерений ЯМР в металлических системах в режиме переменной температуры • Variable Temperature NMR Measurement Device for Metallic Systems . . . . . 31
- V. NICULESCU, I. POP, Contribuții la studiul proprietăților magnetice ale compușilor intermetalici pseudobinari  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  • К изучению магнитных свойств псевдобинарных интерметаллических соединений  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  • Contribution à l'étude des propriétés magnétiques des composés intermétalliques pseudo-binaires  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  . . . . . 35
- S. COLDEA, Application of the Perturbation Theory of Calculating the Shear and Bulk Viscosity Transport Coefficients in a Moderately Dense Fluid • Aplicarea teoriei perturbației la calculul coeficienților de vâscozitate laminară și de volum a unui fluid moderat dens • Применение теории пертурбации к вычислению коэффициентов ламинарной и объемной вязкости плотной умеренной жидкости . . . . . 41
- N. RĂDULESCU D, P. I. TĂTARU-MINAI, On the Electrical Conductivity of Anisotropic Semiconductors • Asupra conductibilității electrice în semiconductori anizotropi • Об электропроводности в анизотропных полупроводниках . . . . . 49
- M. CRISTEA, Instabilitatea marginală a undelor electromagnetice transversale, într-o plasmă slab ionizată • Краевая неустойчивость поперечных электромагнитных волн в слабоионизированной плазме • L'instabilité marginale des ondes électromagnétiques transversales, dans un plasma faiblement ionisé . . . . . 53

M VASIU, Sur l'instabilité magnéto-gravitationnelle d'un plasma qui possède une pression anisotrope, en mouvement de rotation uniforme et sous l'influence du courant Hall L'équation de dispersion (I) ● Asupra instabilității magnetogravitatiōniale a unei plame viscoase, cu presiune anizotropă, în mișcare de rotație uniformă și în prezența curentului Hall Ecuația de dispersie (I) ● Магнитограви-тационной неустойчивости вязкой плазмы с анизотропным давлением, в равномерном вращательном движении и в присутствии тока Холла. Урав-нение рассеяния (I) . . . . .	61
R I CĂMPEANU, M PETEANU, AL NICULĂ, Formarea prin iradiere a centrilor paramagnetici în NaCl—Ca ● Образование путём облучения парамагнитных центров в NaCl—Ca ● Formation of Paramagnetic Centers in NaCl—Ca by Irradiation . . . . .	69
GH CRISTEA, Influența efectului de bottleneck asupra lucrului maserului pe solid cu trei nivele ● Влияние эффекта фононового „узкого горла” на работу масера на твердом теле с тремя уровнями ● The Influence of Bottleneck Effect on the Work of Three Level Solid State Maser . . . . .	79
F KOCH, ST. TAMAS, C. COSMA, Unele date privind radiația Cerenkov în alcoolii ● Некоторые данные об излучении Черенкова в спиртах ● Données relatives à la radiation Tcherenkov dans les alcools. . . . .	87
V CRIȘAN, M CRIȘAN, Spin Waves Spectrum for the B.C.C. Ferromagnetic Systems ● Spectrul undelor de spin pentru structuri c.v.c. feromagnetice ● Спектр спиновых волн для ферромагнитных о. ц. к. структур . . . . .	91
<b>Cronică — Хроника — Chronik — Chronicle — Chronique</b>	
<b>Susțineri de teze de doctorat . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>Participări la manifestări științifice internaționale . . . . .</b>	<b>95</b>

BEZIEHUNGEN ZWISCHEN DER JOOS-WEINBERG- UND  
 TENSOR-BESCHREIBUNG DER BOSONFELDER

Z. GÁBOS und J. LÁZÁR

Zur allgemeinen Beschreibung der Bosonfelder verwendet man gewöhnlich den Joos-Weinberg- [3], [4] und den Tensor-Formalismus [1], [5]. In dieser Arbeit studieren wir die Beziehung zwischen den tensorielle Wellenfunktion und der Wellenfunktion vom Typ Joos-Weinberg, für Feldquanten mit von Null verschiedener Ruhemasse ( $m_0 \neq 0$ ).

1°. Im Joos-Weinberg Formalismus entspricht einem Teilchen mit Impuls  $\vec{p}$ , Spin  $s$ , und Projektion des Spins auf die Oz Achse gleich mit  $\sigma$ , eine Wellenfunktion mit  $2(2s + 1)$  Komponenten

$$u_\alpha(\vec{p}; s, \sigma) e^{i p x}, \quad \alpha = \overline{1, 2(2s + 1)}, \quad \sigma = \overline{s, -s}, \quad (1)$$

während im Tensor-Formalismus dasselbe Teilchen durch die Wellenfunktionen

$$\varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s}(\vec{p}, \sigma) e^{i p x}, \quad \mu_k = \overline{1, 4} \quad (2)$$

beschreiben wird, welche folgenden Bedingungen genügen:

— sie sind symmetrisch bezüglich der Vertauschung jedwelchen Paares von Indizes, d.h.

$$\varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_k \mu_{k+1} \dots \mu_s} = \varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_{k+1} \mu_k \dots \mu_s}, \quad (3)$$

— sie haben die Spur gleich Null

$$\varepsilon_{\mu \mu \mu_2 \dots \mu_s} = 0, \quad (4)$$

und

$$\dot{p}_{\mu_1} \varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s} = 0. \quad (5)$$

Aus Gl. (5) folgt dass im Ruhssystem nur die rein räumlichen Komponenten von Null verschieden sind. Wenn wir auch die Bedingungen (3) und (4) in Betracht ziehen, finden wir im Ruhssystem  $2s + 1$  unabhängige Komponenten.

Zwischen den Wellenfunktionen (1) und (2) bestehen lineare Beziehungen

$$u_\alpha(\vec{p}; s, \sigma) = (\Phi_{\mu_1 \mu_2 \mu_3})_\alpha \varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \mu_3}(\vec{p}; \sigma), \quad (6)$$

$$\varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \mu_3}(\vec{p}; \sigma) = (F_{\mu_1 \mu_2 \mu_3})_\alpha u_\alpha(\vec{p}; s, \sigma). \quad (7)$$

(Die Indizes welche sich in einem Ausdruck wiederholen, werden als Summenindizes betrachtet.)

Wegen den Bedingungen (3) und (4) denen der Tensor (2) genügt, sind

$$(\Phi_{\mu_1 \mu_2 \mu_3})_\alpha \quad (8)$$

und

$$(F_{\mu_1 \mu_2 \mu_3})_\alpha \quad (9)$$

symmetrisch, und (9) hat im Bezug auf den Index  $\mu_i$  die Spur gleich Null.

Aus die Beziehungen (6) und (7) erhalten wir

$$(\Phi_{\mu_1 \mu_2 \mu_3})_\alpha (F_{\mu_1 \mu_2 \mu_3})_{\alpha'} = \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (10)$$

Wenn die Wellenfunktionen (1) und (2) zu Eins normiert werden, dann müssen im Ruhssystem die Beziehungen gelten

$$\varepsilon_{k_1 k_2 k_3}^{0*}(\sigma) \varepsilon_{k_1 k_2 k_3}^0(\sigma') = \delta_{\sigma\sigma'}, \quad k_i = \overline{1, 3},$$

und

$$u_j^{0*}(s, \sigma) u_j^0(s, \sigma') = \delta_{\sigma\sigma'}, \quad j = \overline{1, 2s + 1}.$$

(Wir können annehmen, dass im Ruhssystem nur die ersten drei Komponenten der Wellenfunktion (1) von Null verschieden sind.)

Aus den zwei letzten Beziehungen folgt

$$(F_{k_1 k_2 k_3}^0)_{j'}^* (F_{k_1 k_2 k_3}^0)_{j'} = \delta_{j'j'}. \quad (11)$$

Im folgenden berechnen wir die konkrete Form der Koeffizienten (8), (9).

2°. Im Falle  $s = 1$  sind die beiden Formalismen im Ruhssystem einander äquivalent, weil in beiden die Wellenfunktion je 3 Komponenten hat. Die Beziehungen zwischen (1) und (2) wird mit Hilfe von unitären Matrix  $U^1$  verwirklicht:

$$\varepsilon_{k_1}^0(\sigma) = U_{k_1 j}^1 u_j^0(1, \sigma), \quad (12)$$

wo

$$U^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -i & 0 & -i \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Die zu (12) inverse Beziehung ist

$$u_j^0(1, \sigma) = U_{jk_1}^{1+} \varepsilon_{k_1}^0(\sigma), \quad (14)$$

mit

$$U^1 U^{1+} = 1.$$

Im weiteren ersetzen wir die Indizes  $k_i (= \overline{1,3})$  und  $j (= \overline{1,2s+1})$  durch die Indizes  $a_i (= 1, 0, -1)$  und  $m (= s + 1 - j)$ . Aus (6) und (7) folgt dann

$$u_m^0(s, \sigma) = (\Phi_{a_1 a_1 \dots a_s}^0)_m \varepsilon_{a_1 a_1 \dots a_s}^0(\sigma), \quad (15)$$

$$\varepsilon_{a_1 a_1 \dots a_s}^0(\sigma) = (F_{a_1 a_1 \dots a_s}^0)_m u_m^0(s, \sigma) \quad (16)$$

und anstatt (12) und (14) haben wir ( $s = 1$ ):

$$\varepsilon_{a_1}^0(\sigma) = U_{a_1 m}^1 u_m^0(1, \sigma), \quad (17)$$

$$u_m^0(1, \sigma) = U_{m a_1}^{1+} \varepsilon_{a_1}(\sigma), \quad (18)$$

wo

$$u_m^0(1, \sigma) = \delta_{m\sigma}.$$

Um Rekurrenzgleichungen für die Koeffizienten aus den Gln. (15), (16) zu erhalten, verwenden wir die Relationen

$$u_m^0(s, \sigma) = (s - 1m_1 1m_2; sm)(s - 1\sigma_1 1\sigma_2; s\sigma) u_{m_1}^0(s - 1, \sigma_1) u_{m_2}^0(1, \sigma_2), \quad (19)$$

$$\varepsilon_{a_1 a_1 \dots a_s}^0(\sigma) = (s - 1\sigma_1 1\sigma_2; s\sigma) \varepsilon_{a_1 a_1 \dots a_{s-1}}^0(\sigma_1) \varepsilon_{a_s}^0(\sigma_2), \quad (20)$$

(welche die Clebsch-Gordan'sche Koeffizienten enthalten) zusammen mit den Beziehungen

$$u_{m_1}^0(s - 1, \sigma_1) u_{m_2}^0(1, \sigma_2) = (s - 1m_1 1m_2; s'm)(s - 1\sigma_1 1\sigma_2; s'\sigma) u_m^0(s', \sigma), \quad (21)$$

$$(s - 1\sigma_1 1\sigma_2; s\sigma)(s - 1\sigma_1 1\sigma_2; s'\sigma) = \delta_{ss'}. \quad (22)$$

Aus die Gln. (19), (15), (20) nach einfachen Berechnungen erhalten wir

$$(\Phi_{a_1 a_1 \dots a_s}^0)_m = (s - 1m_1 1m_2; sm) (\Phi_{a_1 a_1 \dots a_{s-1}}^0)_{m_1} (\Phi_{a_s}^0)_{m_2}. \quad (23)$$

Aus die Gln. (20), (16), (21), (22) folgt die Rekurrenzgleichung

$$(F_{a_1 a_1 \dots a_s}^0)_m = (s - 1m_1 1m_2; sm) (F_{a_1 a_1 \dots a_{s-1}}^0)_{m_1} (F_{a_s}^0)_{m_2}. \quad (24)$$

Die Koeffizienten

$$(\Phi_{a_1 a_1 \dots a_s}^0)_m \text{ und } (F_{a_1 a_1 \dots a_s}^0)_m \quad (25)$$



erhalten wir der Reihe nach, für Teilchen mit Spin 2, 3, ..., aus den Gln. (23), (24) unter Beachtung der Anfangswerte

$$(\Phi_{a_1}^0)_m = U_{m a_1}^{1+} \quad (26)$$

$$(F_{a_1}^0)_m = U_{a_1 m}^1 \quad (27)$$

Wir bemerken dass wir von  $u_m^0(s, \sigma)$  zu  $u_{m'}^0(s, \sigma)$  mit Hilfe einer unitären Matrix übergehen können

$$u_{m'}^0(s, \sigma) = U_{m'm}^s u_m^0(s, \sigma), \quad m, m' = \overline{s, -s}. \quad (28)$$

Die Methode der Berechnung der Matrizen  $U^s$  wird im Anhang erläutert.

In den vorhergehenden Rechnungen wurde nach der Oz Achse quantelt. Im folgenden gehen wir zu der Helizitätsdarstellung über, d.h., als Quantenachse wird die Richtung des Impulses gewählt. Zu diesem Zweck drehen wir das Ruhssystem mit dem Winkel  $\Theta$  um eine Achse gekennzeichnet durch den Einheitsvektor  $\vec{n}(\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$ . Die Winkel  $\Theta, \varphi$  sind die sphärischen Koordinaten der Richtung des Impuls  $\vec{p}$ :

$$\vec{p}(p \sin \Theta \cos \varphi, p \sin \Theta \sin \varphi, p \cos \Theta).$$

Im Fall des Spins 1 haben wir

$$u_m^0(\vec{e}; 1, \lambda) = R_{mm'}(\vec{S}^1) \delta_{\lambda \sigma} u_{m'}^0(1, \sigma) = D_{m\lambda}^1(\varphi, \Theta, -\varphi), \quad (29)$$

$$\varepsilon_{a_1}^0(\vec{e}; \lambda) = R_{a_1 a_1'}(\vec{\vartheta}^1) \delta_{\lambda \sigma} \varepsilon_{a_1'}^0(\sigma), \quad (30)$$

wo

$$R(\vec{S}^1) = \bar{I} + i \sin \Theta (\vec{S}^1, \vec{n}) + (\cos \Theta - 1) (\vec{S}^1, \vec{n})^2,$$

$$R(\vec{\vartheta}^1) = \bar{I} + i \sin \Theta (\vec{\vartheta}^1, \vec{n}) + (\cos \Theta - 1) (\vec{\vartheta}^1, \vec{n})^2,$$

und

$$\vec{e} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad \vec{\vartheta}^1 = U^1 \vec{S}^1 U^{1+}.$$

$\bar{I}$  ist die Einheitsmatrix  $3 \times 3$  und

$$S_1^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_2^1 = \frac{i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_3^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Mann beweist einfach dass

$$R(\vec{\vartheta}^1) = U^1 R(\vec{S}^1) U^{1+}. \quad (31)$$

Aus den Gln. (17), (18), (30), (31) und (29) erhält man

$$\varepsilon_{a_1}^0(\vec{e}; \lambda) = U_{a_1 m}^1 u_m^0(\vec{e}; 1, \lambda), \quad (32)$$

$$u_m^0(\vec{e}; 1, \lambda) = U_{m a_1}^{1+} \varepsilon_{a_1}^0(\vec{e}; \lambda), \quad (33)$$

folglich wird auch in der Helizitätsdarstellung der Übergang von den Basisfunktionen  $u_m^0$  zu  $e_{a_i}^0$  von der  $U^1$ -Matrix vermittelt.

Weil auch die Beziehungen (19), (20), (21), (22) nach der Ersetzung  $\sigma \rightarrow \lambda$  gültig bleiben, sind die Koeffizienten aus den Gln. (15), (16) auch im Falle der Helizitätsdarstellung verwendbar.

3°. Die Beziehungen zwischen den Wellenfunktionen wurden im Ruhssystem aufgestellt, nur lösen wir dasselbe Problem im Laborsystem. Wir kehren von den Indizes  $m, a$  zu  $j, k$  zurück. Die Übergang vom Ruhssystem zum Laborsystem wird durch eine Lorentztransformation gegeben. Es gilt

$$u_\alpha = L_{\alpha\beta}^s(-\vec{p}) u_\beta^0 \quad (34)$$

Im Ruhssystem sind nur die ersten  $2s + 1$  Komponenten des Zustandsvektors (1) von Null verschieden, damit erhält (34) die Form

$$u_\alpha = L_{\alpha j}^s(-\vec{p}) u_j^0 \quad (35)$$

Der Lorentzoperator hat die Darstellung [6]:

$$L^s(-\vec{p}) = e^{\tau(\vec{\alpha}^s, \vec{e})} = \sum_{n=0}^{2s} A_{sn}(\vec{\alpha}^s, \vec{e})^n,$$

mit

$$\tau = \text{arcth } v, \quad e = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad \vec{\alpha}^s = \begin{pmatrix} 0 & \vec{S}^s \\ \vec{S}^s & 0 \end{pmatrix}.$$

$S_i^s$  sind die  $(2s + 1) \times (2s + 1)$  Spin Matrizen,  $A_{sn}$  sind Funktionen des absoluten Wertes der Relativgeschwindigkeit [6].

Für die Tensorfelder gilt

$$\varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s} = L_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s, k_1 k_2 \dots k_s}(-\vec{p}) \varepsilon_{k_1 k_2 \dots k_s}^0 \quad (36)$$

wo

$$L_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s, k_1 k_2 \dots k_s}(-\vec{p}) = \prod_{i=1}^s l_{\mu_i k_i}(-\vec{p}),$$

mit

$$l_{rk}(-\vec{p}) = \delta_{rk} + (\gamma - 1)e_r e_k, \quad l_{4k}(-\vec{p}) = l_{k4}(\vec{p}) = i\gamma v e_k, \\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \quad r, k = \overline{1, 3},$$

(wir nehmen  $c = 1$ ).

Wenn wir die Beziehung (36) umkehren erhalten wir

$$\varepsilon_{k_1 k_2 \dots k_s}^0 = L_{k_1 k_2 \dots k_s, \mu_1 \mu_2 \dots \mu_s}(\vec{p}) \varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s} \quad (37)$$

wo

$$L_{k_1 k_2 \dots k_s \mu_1 \mu_2 \dots \mu_s}(\vec{p}) = \prod_{i=1}^s l_{k_i \mu_i}(\vec{p}).$$

Aus den Gln. (37), (15) und (34) folgt

$$(\Phi_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s})_\alpha = L_{\alpha j}^s(-\vec{p}) (\Phi_{k_1 k_2 \dots k_s}^0)_j L_{k_1 k_2 \dots k_s \mu_1 \mu_2 \dots \mu_s}(\vec{p}). \quad (38)$$

Aus

$$u_j^0 = L_{j\alpha}^s(\vec{p}) u_\alpha$$

und den Beziehungen (16) und (36) folgt

$$(F_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s})_\alpha = L_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s k_1 k_2 \dots k_s}(-p) (F_{k_1 k_2 \dots k_s}^0)_j L_{j\alpha}^s(\vec{p}). \quad (39)$$

Die Koeffizienten (38), (39) welche in die Beziehungen (6), (7) eingehen sind auch in der Helizitätsdarstellung anwendbar, folglich

$$u_\alpha(\vec{p}; s, \lambda) = (\Phi_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s})_\alpha \varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s}(\vec{p}; \lambda), \quad (40)$$

$$\varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s}(\vec{p}; \lambda) = (F_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_s})_\alpha u_\alpha(\vec{p}; s, \lambda). \quad (41)$$

**Anhang.** Aus der Familie der zulässigen unitären Matrizen  $U^s$  werden wir nur diejenigen bestimmen, welche den Übergang von der kanonischen Basis zu einer Basis, in der die Spin-Matrizen imaginär sind, ermöglichen.

Für die kanonische Basis gilt

$$S_1^{s*} = S_1^s, S_2^{s*} = -S_2^s, S_3^{s*} = S_3^s. \quad (42)$$

Wir suchen unitäre  $(2s+1) \times (2s+1)$  Matrizen  $\mathfrak{S}^s$ , so dass

$$\mathfrak{S}_i^s = U^s S_i^s U^{s+} \quad (43)$$

und

$$\mathfrak{S}_i^{s*} = -\mathfrak{S}_i^s. \quad (44)$$

Wenn  $U^s$  unitär ist, dann ist auch die neue Matrix  $V^s = \tilde{U}^s U^s$  unitär. Aus den Gln. (42), (43), (44) ergibt sich für  $V^s$  und  $S_i^s$  folgende Antikommutatoren

$$\{V^s, S_+^s\} = \{V^s, S_-^s\} = \{V^s, S_3^s\} = 0,$$

mit

$$S_\pm^s = S_1^s \pm iS_2^s.$$

Wegen den Gleichungen

$$S_+^s u^\circ(s, \sigma) = \sqrt{(s - \sigma)(s + \sigma + 1)} u^\circ(s, \sigma + 1),$$

$$S_-^s u^\circ(s, \sigma) = \sqrt{(s + \sigma)(s - \sigma + 1)} u^\circ(s, \sigma - 1),$$

$$S_3^s u^\circ(s, \sigma) = \sigma u^\circ(s, \sigma),$$

erhalten wir

$$V^s u^\circ(s, \sigma) = c_\sigma u^\circ(s, -\sigma),$$

$$|c_\sigma| = 1, \quad c_{\sigma+1} = -c_\sigma.$$

Für  $c_s$  wählen wir den Wert

$$c_s = (-1)^s.$$

Im folgenden gehen wir zu den Indizes  $j, k$  über. In diesem Fall sind die Elemente der Matrix  $V^s$  gleich

$$V_{jk}^s = (-1)^{s+j+1} \delta_{k, 2s+2-j}, \quad j, k = \overline{1, 2s+1}. \quad (45)$$

Aus  $V^s = \tilde{U}^s U^s$  folgt

$$U^s = U^{s*} V^s,$$

oder nach den Komponenten

$$U_{ik}^s = U_{ij}^{s*} V_{jk}^s. \quad (46)$$

Unter verwendung der Gln. (45) und (46) erhalten wir

$$U_{ik}^s = (-1)^{s+1-k} U_{i, 2s+2-k}^{s*}. \quad (47)$$

Wir führen die Beziehungen ein

$$U_{ik}^{s'} = \frac{1}{\sqrt{2}} (X_{2k-1}^{(s)s} + iX_{2k}^{(s)s}), \quad k = \overline{1, s}, \quad (48)$$

$$U_{i, s+1}^s = X_{2s+1}^{(s)s},$$

und beachten dass aus (47)

$$U_{i, s+1+j}^s = (-1)^j U_{i, s+1-j}^{s*} \quad (49)$$

folgt, so erhalten wir aus der Unitarität von  $U^s$  die Beziehung

$$X_p^{(s)s} X_p^{(s)s'} = \delta_{i, i'}, \quad p = \overline{1, 2s+1}, \quad (50)$$

für  $X_p^{(s)s}$ .

Aus der Normierungsbedingung der Eigenfunktionen des Operators  $\mathfrak{S}_3^s$

$$U^s u^0(s, \sigma)$$

folgt

$$X_p^{(s)i} X_{p'}^{(s)i} = \delta_{pp'}, \quad i = \overline{1, 2s+1}. \quad (51)$$

Eine Lösung der Gleichungen (50) und (51) ist

$$X_p^{(s)i} = \pm \delta_{ip}.$$

Wenn im Falle  $s = 1$  für  $X_p^{(1)i}$  die Werte  $X_1^{(1)1} = -1$ ,  $X_2^{(1)2} = -1$ ,  $X_3^{(1)3} = 1$  angenommen werden, kommen wir auf (13) zurück. Im Falle  $s = 2$ , erhalten wir für  $X_p^{(2)i} = \delta_{ip}$  die Matrix

$$U^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ i & 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & i & 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

In unserer Methode wurde als Hauptrichtung die Oz Achse gewählt. Wenn die Hauptrichtung mit der Bewegungsrichtung übereinstimmt, wird der Grundvektor durch eine Drehung erzeugt

$$u^\circ(\vec{e}; s, \lambda) = R(\vec{S}^s) \delta_{\lambda\sigma} u^\circ(s, \sigma)$$

Diese Gleichung multiplizieren wir mit  $U^s$  und erhalten

$$U^s u^\circ(\vec{e}; s, \lambda) = U^s R(\vec{S}^s) U^{s+} U^s \delta_{\lambda\sigma} u^\circ(s, \sigma) = R(\vec{S}^s) \delta_{\lambda\sigma} [U^s u^\circ(s, \sigma)],$$

folglich wird auch in der Helizitätsdarstellung der Übergang von der kanonischen zur imaginären Basis von den  $U^s$ -Matrizen vermittelt.

(Eingegangen am 12. Juli 1972)

#### LITERATUR

1. Fierz, M., Pauli, W., Proc. Roy. Soc. A, **173**, 211 (1939).
2. Rarita, W., Schwinger, J., Phys. Rev., **60**, 61 (1941).
3. Joos, H., Fortschritte der Physik, **10**, 65 (1962).
4. Weinberg, S., Phys. Rev., **133**, B, 1318 (1964).
5. Frishman, Y., Gotsman, E., Phys. Rev., **140**, B, 1151 (1965).
6. G á b o s, Z., Acta Physica Polonica, **34**, 223 (1968).

**LEGĂTURI ÎNTRE DESCRIEREA JOOS-WEINBERG ȘI DESCRIEREA TENSORIALĂ  
A CÎMPURILOR BOSONICE****(R e z u m a t)**

Se presupune că pentru bosoni cu spinul  $s$  și masa de repaos diferită de zero există relații liniare între funcțiile de undă tensoriale și de tip Joos-Weinberg. În lucrare se dau expresiile concrete ale coeficienților care figurează în aceste relații.

**СВЯЗИ МЕЖДУ ФОРМАЛИЗМОМ ИООС-ВЕЙНБЕРГА И ТЕНЗОРНЫМ ФОРМАЛИЗ-  
МОМ БОЗОННЫХ ПОЛЕЙ****(Р е з ю м е)**

Предполагается, что для бозонов со спином  $s$  и с различной от нуля массой покоя имеются линейные соотношения между тензорными волновыми функциями и функциями типа Иоос-Вейнберга. В статье даны конкретные выражения коэффициентов, фигурирующих в этих соотношениях.



# AN EMPTY BUBBLE IN NONSTATIC COSMOLOGICAL MODELS

PRIYANSU SENGUPTA\*

*Introduction.* We consider the line element in spherical symmetry e.g.

$$ds^2 = e^\mu(dr^2 + r^2d\theta^2 + n^2\sin^2\theta d\Phi^2) + e^\nu dt^2 \quad (1)$$

$$\mu = \mu(r, t) \quad \nu = \nu(r, t)$$

We shall solve the equation (1) for two cases: i.e. (1) within the spherical cavity where  $\dot{p} = 0$  and  $\rho = 0$  and (2) outside the sphere where  $\dot{p} \neq 0$  and  $\rho \neq 0$ ; we shall assume that the outside is in equilibrium with the empty cavity.

From the equation (1) Einstein's gravitational equations give:

$$8T_1^1 = -e^{-\mu} \left( \mu_1^2/4 + \frac{\nu'\mu'}{2} + \frac{\mu' + \nu'}{r} \right) + e^{-\nu} \left( \ddot{\mu} + \frac{3}{4} \dot{\mu}^2 - \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{2} \right). \quad (2)$$

$$8\Lambda T_2^2 = 8\Lambda T_3^3 = -e^{-\mu} \left( \mu''/2 + \frac{\nu''}{2} + \frac{\mu' + \nu'}{2r} + \frac{\nu'^2}{4} \right) + e^{-\nu} \left( \ddot{\mu} + \frac{3}{4} \dot{\mu}^2 - \frac{\dot{\mu}\dot{\nu}}{2} \right) \quad (3)$$

$$8\Lambda T_4^4 = -e^{-\mu} \left( \mu'' + \mu'^2/4 + \frac{2\mu'}{r} \right) + \frac{3}{4} e^{-\nu} \dot{\mu}^2 \quad (4)$$

$$8\Lambda T_4^1 = e^{-\mu} (\dot{\mu}' - \dot{\mu}\nu'/2) \quad (5)$$

$$8\Lambda T_1 = -e^{-\mu} \left( \dot{\mu}' - \frac{\dot{\mu}\nu'}{2} \right) \quad (6)$$

We shall solve the equations (2) — (6) for the case of the cavity first where  $P = 0$  and  $\rho = 0$ ; obviously in this case we have

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -p = 0$$

$$T_1 = T_4^1 = 0 \quad T_4^4 = \rho = 0$$

---

\* Department of Materials Engineering, Mississippi State University, State College Mississippi, 39762, U S A.



Hence from the equations (6) and (4) or (5) we get

$$e^v = \dot{\mu}^2/A(t) \quad (7)$$

where  $A(t)$  is an arbitrary function of time.

If we put [2]:  $e^{\mu r^2} = \xi^4$  and  $x = \log(r)$  (8)

we get [3]: 
$$e^\mu = \frac{16c^2}{(A(t)(1 - c^2 r^2))^2} \quad (9)$$

where  $c$  is an arbitrary function of time.

*Solutions of the differential equations.* From the equations (2) and (3) we get

$$\frac{\mu''}{2} + \frac{v''}{2} + \frac{v'^2}{4} - \frac{\mu'^2}{4} - \frac{(\mu' + v')}{2r} - \frac{\mu'v'}{2} = 0 \quad (10)$$

From the equations (7), (9) and (10) we get

$$\dot{\mu}'' - \dot{\mu}' \left( \frac{1}{r} + \frac{4c^2 r}{(1 - c^2 r^2)} \right) = 0 \quad (11)$$

Integrating the above equation, we get

$$\dot{\mu}' = r f(t) / (1 - c^2 r^2)^2 \quad (12)$$

Where  $f(t)$  is an arbitrary function of time. Hence from the equations (12) and (9) we get  $8cc = f(t) \dots (12.1)$  which show that  $c$  is an arbitrary function of time.

Let us write

$$\begin{aligned} 16c^2/A(t) &= f_2(t) \\ e^\mu &= f_2(t)/1 - c^2 r^2 \\ e^v &= \dot{\mu}^2/A(t) \end{aligned} \quad (12.2)$$

This contains three arbitrary functions of time  $f_2$ ,  $C$ , and  $A$ . Outside the cavity we have

$$\begin{aligned} T_1^1 &= T_2^2 = T_3^3 = -p \\ T_4^4 &= \rho \text{ (constant)}; T_4^1 = T_1^4 = 0 \end{aligned} \quad (12.3)$$

Solving the gravitational equations we get the following, identical to the above solution:

$$\begin{aligned} 4c^2/(A(t)/4 - 8\pi\rho(3)) &= f_3(t) \\ e^\mu &= f_3(t)/(1 - c^2 \lambda^2)^2 \\ e^v &= \dot{\mu}^2/A(t) \end{aligned} \quad (13)$$

The proper radius of the cavity is given by

$$r_0 = \int_0^{a_1} \frac{f_2 dr}{1 - c^2 r^2} = \frac{2}{\sqrt{A(t)}} \log \frac{1 + a_1 c}{1 - a_1 c} \quad (14)$$

which shows that the cavity is non static

As the pressure vanishes at  $r = a^1$ , we get from the equations (2) and (12.2) writing

$$r = a^1 \quad \text{and} \quad T_1^1 = 0$$

we get:

$$f_2 = \alpha_1 (1 - c^2 a_1^2)^2 \quad (15)$$

where  $\alpha_1$  is an arbitrary integration constant. Thus for the cavity we get

$$ds^2 = \frac{-\alpha_1 (1 - c^2 a_1^2)^2}{(1 - c^2 r^2)^2} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) + e^v dt \left[ e^v = \frac{\mu^2}{A(t)} \right] \quad (16)$$

Similary from the equations (13) and equations (2) and also considering  $r = a_1$  and  $T_1^1 = 0$  we obtain  $f_3(t) = \alpha(1 - c^2 a_1^2)^2 \dots$  (16.1) and thus the line element of the field outside the cavity is

$$ds^2 = \frac{-\alpha(1 - c^2 a_1^2)^2}{(1 - c^2 r^2)^2} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) + \frac{\mu^2}{A(t)} dt^2 \quad (16.2)$$

where  $\alpha$  is an arbitrary constant and  $c$  and  $A$  are arbitrary functions of time.

*Transformation of Energy to Mass in the Cavity.* From the equation (16) putting  $ds = 0$  we get the velocity of light within the cavity given by

$$\frac{dr}{dt} = \frac{A c c (r^2 - a^2)}{(1 - c^2 a^2) \sqrt{A \alpha}} \quad (17)$$

showing that the velocity of light vanishes at the boundary of the cavity obviously there is no transference of light quanta of the bubble outside the boundary of it.

We now examine whether it is possible that the density which was originally zero in the cavity may be transformed into density after a lapse of time within the bubble In doing that we find a solution of Einstein's gravitational equations (2)–(6) with

$$T_v^\mu = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{vmatrix} \quad (18)$$

following the previous solution of the bubble. We thus get

$$ds^2 = - \frac{4c^2}{(A/4 - 8\Lambda\rho/3)(1 - c^2 r^2)^2} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) + \frac{\mu^2}{A(t)} \quad (19)$$

We observe from above that when  $\rho = 0$ ; the equations (19) and (12.2) are identical; hence we conclude that transformation of energy to mass\* may be possible and transformation of density from zero to  $\rho$  may be possible within the bubble. By solving equations (2)–(6) we find that the equation (19) is only possible when  $\rho = \text{constant}$  or a function of time and hence the mass formed within the bubble is necessarily homogeneous.

Now, we are considering the actual transformation of gravitational energy to mass within the bubble. According to Einstein, the gravitational energy [a] of the bubble is given by

$$\epsilon_i^4 = -\frac{1}{h} U_i^4 \quad (20)$$

where :

$$Kc^2 = 1.87 \times 10^{-27} \text{ cmg}^{-1}$$

where

$$U_i^4 = \frac{1}{2} \left\{ \Gamma_{\alpha r}^r \frac{\partial [g^{\alpha 4} \sqrt{-g}]}{\partial x^i} - \Gamma_{rs}^s \frac{\partial g^{rs} \sqrt{-g}}{\partial x^i} - G \delta_i^4 \right\} \quad (21)$$

where

$$G = \sqrt{-g} g^{ih} (\Gamma_{is}^r \Gamma_{kr}^s - \Gamma_{ik}^r \Gamma_{rs}^s) \quad (22)$$

and

$$G_{ik} = \sqrt{-g} \left\{ R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R \right\} \quad (23)$$

From the equation (23) we see that  $G_{ik} = 0$  as the bubble is empty. Hence from the above equations the total gravitational energy of the bubble is given by

$$\epsilon_i^4 = -\frac{1}{h} U_i^4 = -\frac{1}{2h} \left\{ \Gamma_{\alpha r}^r \frac{\partial [g^{\alpha 4} \sqrt{-g}]}{\partial x^i} - \Gamma_{rs}^s \frac{\partial (g^{rs} \sqrt{-g})}{\partial x^i} \right\} \quad (24)$$

For (22) it shows that  $i = 4$ . Hence obviously the gravitational energy of the bubble is given by.

$$\epsilon_4^4 = \frac{1}{2h} \left\{ \Gamma_{4r}^r \frac{\partial g^{44} \sqrt{-g}}{\partial t} - \Gamma_{rc}^c \frac{\partial (g^{rs} \sqrt{-g})}{\partial t} \right\} \quad (25)$$

$$= \frac{1}{3h} e^{(3\mu-\nu)/2} \mu \{ \mu(1 + r^2 + r^2 \sin^2 \theta - g) + \nu(1 + r^2 + r^2 \sin^2 \theta + 3) \} \quad (26)$$

---

\* *Editor's Note* In the author's opinion the field to which a rest mass is not attributed is identical to pure energy and therefore a transformation of energy into mass is equivalent to a transformation of the "massless" field into material particles possessing such a mass.

From the above expression is obvious that time derivative of the gravitational energy of the bubble  $\left(\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_4\right)$  does not vanish, which shows that the gravitational waves of the bubble carry energy. Again after further reduction of (25) we get

$$\varepsilon_4 = \frac{\alpha^{5/2}(1 - c^2 a_1^2)^3}{(1 - c^2 r^2)^{3/2} 4c} \left\{ \frac{4c\dot{c}(r^2 - a_1^2)}{(1 - c^2 r^2)(1 - c^2 a_1^2)} (1 + r^2 + r^2 \sin^2 \theta - 9) + v(1 + r^2 + r^2 \sin^2 \theta + 3) \right\} \tag{27}$$

which consists of two terms,  $E_1$  and  $E_2$ ;

$$\text{where } E_1 = \frac{\alpha^{5/2}(1 - c^2 a_1^2)^3 \dot{c}(r^2 - a_1^2)}{(1 - c^2 r^2)^4} (1 + r^2 + r^2 \sin^2 \theta - 9) \tag{28}$$

$$E_2 = \frac{\alpha^{5/2}(1 - c^2 a_1^2)^3}{(1 - c^2 r^2)^{3/2} 4c} v(1 + r^2 + r^2 \sin^2 \theta + 3) \tag{29}$$

It is obvious that  $E_1$  vanishes at  $r = a_1$  i.e. at the maximum boundary of the bubble and obviously this energy remains within the bubble, but  $E_2$  does not vanish at the boundary, so it escapes from the bubble.

Differentiating  $E_1$  with respect to time we get

$$\frac{\alpha E_1}{dt} = \frac{\alpha^{5/2}(r^2 - a_1^2)(1 - c^2 a_1^2)}{(1 - c^2 r^2)^4} \left\{ (1 - c^2 a_1^2)c - 4c^2 a_1^2 + \frac{8cc^2 r^2(1 - c^2 a_1^2)}{(1 - c^2 r^2)} \right\} \cdot x \{1 + r^2 + r^2 \sin^2 \theta - 9\} \tag{30}$$

Since within the bubble  $a_1 \geq r$ ;  $\frac{dE_1}{dt}$  has a negative as a factor due to the factor  $(r^2 - a_1^2)$ . Moreover as  $c$  is an arbitrary function of time the term  $\frac{dE_1}{dt}$ , could be made negative with a suitable choice.

Now putting  $ds = 0$  in the equation (16.2) we find the velocity of light outside the bubble but within the cosmological model around the bubble:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{4cc(r^2 - a_1^2)}{[\alpha A(t)]^{1/2}(1 - c^2 a_1^2)} \tag{31}$$

which shows that the velocity of light vanishes at  $r = a_1$  in pressure free regions.

As the bubble is pressure free, the light energy of the non static cosmological model surrounding the bubble vanishes at the boundary of the bubble and thus is unable to enter. Hence we conclude that transformation of energy to mass within the bubble depends entirely on the energy of the bubble.

It is also evident that there is no place in the universe which is devoid of energy. If there be any bubble within any non static cosmological model where  $\dot{p} = 0$  and  $\rho = 0$  then there should be transformation of energy to mass within it and ultimately density will be transformed from zero

to density  $\rho$  in time  $t$  where  $\rho$  is a function of time or a constant ( $\rho =$  density).

From the energy expression (26) we may get an idea of the creation of the universe; putting  $t = 0$ , we find the expression  $E_1$  becomes zero but  $E_2$  becomes infinite. Obviously, if we consider a bubble of great radius (equivalent to the radius of the universe) we may conclude that the universe was created with nothing but infinite energy. It is also evident that at  $t = 0$ , the time coordinate and the velocity of light of the universe become zero. We therefore conclude that if a clock be kept within the universe at the beginning it would move at the rate of zero and at the beginning the universe was completely dark.

*Discussion of Results.* Hoyle and Narlikar [4] have shown that the creation of mass depends upon the contribution of all masses of the entire universe. Bonner [5] has done a very similar work on the formation of a nebula in pressure free region ( $\rho \neq 0$ ). Briefly he has Friedman universes with  $K_1, K_2 = +1, 0, -1$  and density  $\rho_1$  and  $\rho_2$  as shown in the diagram below

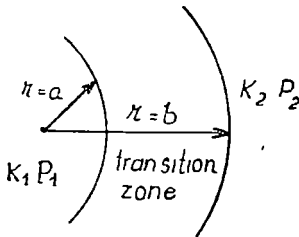


Fig 1 Bonnor's model.

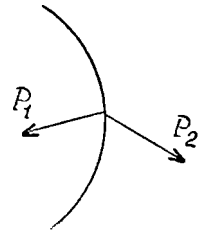
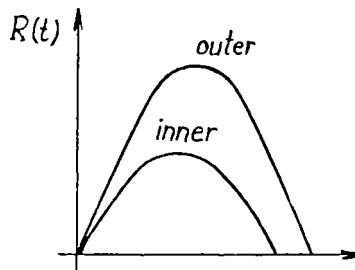


Fig 2 Author's model

The chief difference between the author's model and that of Bonnor is that in the author's model there is no such transition region as given by Fig. 2 above.

Bonner's model gives rise to pulsating sphere inside an oscillating universe with "radius" as the following diagram (Fig. 3).

$$ds^2 = - \frac{k(1 - \cos\eta)^2}{(1 - r^2)} (dr^2 + r^2 d\theta + r^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) + dt^2 \quad (32)$$



$$R(t) = k(1 - \xi)$$

$$\tau = \xi - \sin \xi$$

Fig 3

We have seen that the condensation does not depend upon the initial state of the universe and the bubble may be formed at any time and the condensation may take place within it. This contradicts the opinion of Bonnor as far as the formation of nebulae are concerned. Einstein and Strauss obtained a gravitational field round a star ( $p = 0, \rho = 0$ ) within an expanding universe and found that the gravitational field around a star is static, as explained by the following diagram (Fig. 4).

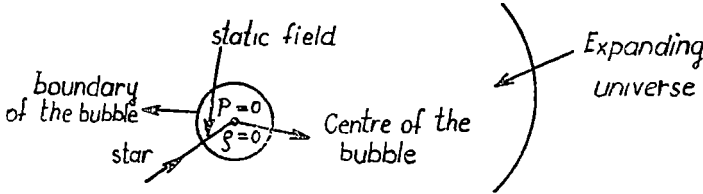


Fig 4.

Einstein's and Strauss' idea is identical with that of Birkhoff, whose famous theorem states that a field in an empty space is static but contradicts the idea presented here that field in an empty space is partly non static.

*Transformation of coordinates.* We shall now see that although by transformation of coordinates the line elements given by the equations (16) and (16.2) become *Minkowskian*, still they are non static and may be described as non static hyperbolic line elements (expanding or pulsating according to choice of arbitrary function of times  $C(t)$  and  $A(t)$ ). By transformation :

$$R = \frac{4cr}{A(t)^{1/2}(1 - c^2r^2)} \quad \text{and} \quad T = \frac{2(1 + c^2r^2)}{A(t)^{1/2}(1 - c^2r^2)} + \int \frac{cdt}{A(t)^{1/2} \cdot C} \quad (33)$$

if we substitute the equation (33) in the equation

$$ds^2 = dT^2 - (dR^2 + R^2d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) \quad (34)$$

remembering

$$dR = \partial R / \partial r dr + \partial R / \partial t dt \quad (35)$$

$$dT = \partial T / \partial r dr + \partial T / \partial t dt \quad (36)$$

We shall obtain the line elements given by (16) which shows that equation (16) is *Minkowskian*. Assuming

$$\int \frac{cdt}{A(t)^{1/2} \cdot C} = F(t) = f(t)/A(t)^{1/2} \quad (37)$$

We get from (35) (36) and (37),

$$T/R = \frac{2(1 - c^2r^2)}{4cr} + \frac{f(t)(1 - c^2r^2)}{4cr} \quad (38)$$

and thus from (38) we obtain

$$R(2-f)c^2r^2 - 4Tcr + R(2+f) = 0 \quad (39)$$

which gives  $C_r$ ,

$$C_r = \frac{4T \pm \sqrt{16T^2 - 4R^2(4-f^2)}}{2R(2-f)} \quad (40)$$

Since  $C_r$  is real

$$\begin{aligned} 16T^2 &> 4R^2(4-f^2) \\ T &> R \text{ if } f^2/4 < 1 \end{aligned} \quad (41)$$

Again comparing the equations (35) and (36) we find that

$$T < R$$

$$\text{if } \int \frac{c \, dt}{A(t)^{1/2} c} \, is + ve \quad (42)$$

From the equations (38), (41) and (42) it is obvious that if we plot a graph of  $R$ ,  $T$ , the curve passes through the origin; as  $T > R$  it forms a cone passing through the origin. Hence the line elements given by equations (16) are not entirely static but a portion of the space (cones originating from the origin) is static, hence we may define the line elements given by (16) as a non static hyperbolic cosmological model. Thus it contradicts Birkhoff's theorem since the field within the empty bubble is non static.

### Appendix

From the equation (5) we get

$$e^v = \mu^2/A(t) \quad (a)$$

From the equations (4) and (a) we get

$$8\pi\rho = -e^{-\mu} \left( \mu'' + \mu'^2/4 + \frac{2\mu'}{r} \right) + \frac{3}{4} A(t) \quad (b)$$

Putting [2]  $e^\mu r^2 = \xi^4$  and  $x = \log r$

We get from (b)

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \pm \frac{1}{2} \xi [1 + (A/4 - 8\pi\rho/3)]$$

Which gives

$$e^\mu = \frac{4c^2}{(1 - c^2r^2)^2 (A/4 - 8\pi\rho/3)}$$

on integration

From the equation (10), (a) and (c) we get  $8c\dot{c} = f(t)$  as before. Which shows that  $C$  is an arbitrary function of time. It is a pleasure to thank Dr. M. B. McNeil for going through this paper before publication and for making some useful suggestions.

**Supplementary Notes**

If we compare the line element of the equation (16.2) with that of "Pulsating Universe" (Il Nuovo Cimento (P. Sengupta) 1962), we shall find that the line element is almost the same as that of "Pulsating Universe" except that in the line element (16.2) the factor  $\frac{1}{\rho^{2/3}}$  is absent in  $e^\mu$ , as  $e^\mu$  of the pulsating universe is  $\frac{\alpha(1 - c^2 a^2)}{(1 - c^2 r^2)^2 \rho^{2/3}}$  whereas that of (16.2) is  $\alpha(1 - c^2 a^2)^2 / (1 - c^2 r^2)^2$ . In "Pulsating Universe"  $C$  is defined as  $C = \frac{\alpha}{a} \cos pt$  which is an oscillating term which made the pulsating universe to oscillate between two extrema.

We could easily assume the equations (16.2) and obviously the equation (16.2) is oscillating field if we assume that  $C$  of the expressions be taken as  $\frac{\alpha}{a} \cos pt$ . So the equations (16) or (16.2) in that case may be described as pulsating hyperbolic non static space.

It is obvious that we cannot take the expression as the line element (cosmological model) round the empty space given by the equation (16) due to the factor  $1/\rho_{(t)}^{3/2}$ , as in that case the continuity at the border of the bubble is destroyed.

It is interesting to note that the line element of the "Pulsating Universe" could be made approximately equivalent to one of Bonnor's external oscillating cosmological models which is obvious from the considerations given below.

The line element of the "pulsating Universe" is given by

$$* ds^2 = \frac{-\alpha(1 - c^2 a^2)^2}{P(t)^{2/3} (1 - c^2 r^2)^2} (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) + \mu^2/A(t) dt^2 \quad (a)$$

with

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha \cos 2pt + xt^2); \quad c = \frac{a}{\alpha} \cos pt$$

We put

$$\frac{dr}{\rho^{1/3}} = dr'$$

integrating the above equation we get  $\frac{r}{\rho^{1/3}} = r'$  putting the integration constant at zero.

Again we have  $1 - c^2 a^2 = 1 - \alpha^2 \cos^2 pt = \frac{1}{2} (1 - \cos 2pt)$  (putting  $\alpha = 1$ )

---

\* "Pulsating Universe" by P. Sengupta, Il Nuovo Cimento (1962).



$= \frac{1}{2} (1 - \cos \eta)$  where  $t = n/2p$ . Now putting  $A(t) = f(t)/C^5$  where  $C = \alpha/a \cos pt$  and neglecting the terms containing higher the  $C^5$  we get

$$\dot{\mu}^2/A(t) = \frac{4}{9} \dot{\rho}^2/\rho^2 c /f(t); \quad \left( e^{\mu} = \frac{-\alpha(1-c^2 a^2)}{\rho^{2/3}(1-c^2 r^2)^2} \right)$$

Hence we may put

$$\frac{4}{9} \dot{\rho}^2/\rho^2 c^5 /f(t) = 1$$

Thus we get  $f(t) = \frac{4}{9} \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2} \cdot c^5$ , obviously  $A(t) = f(t)/C^5 = \frac{4}{9} \dot{\rho}^2/\rho^2$  hence the equation (1) transforms to

$$\begin{aligned} ds^2 &= \frac{K(1 - \cos \eta)^2}{(1 - c^2 \rho^{2/3} r^2)^2} (dr'^2 + r'^2 d\theta^2 + r'^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) + dt^2 = \\ &= \frac{K(1 - \cos \eta)^2}{(1 - 2c^2 \rho^{2/3} r^2)} (dr'^2 + r'^2 d\tilde{a}^2 + r'^2 \sin^2 \theta d\Phi^2) + dt^2 \end{aligned}$$

is equivalent to one of the Bonnor models on first approximation given by the equation (32).

(Received April 5, 1972)

#### REFERENCES

1. Tolman, R C, *Relativity Thermodynamics and Cosmology* (1934), p 252
2. Wyman, M, *Phys. Rev.*, **70**, 74 (1946).
3. Vide appendix
- a. Pauli, W., *Theory of Relativity*, p 176 (eq), 447, eq (405), p 162, eq (409) p 163.
4. Hoyle and Narlikar, *Proc Roy Soc* (1963).
5. Z Bonnor, *Astrophysik*, **39**, 143 (1956)
6. *Rev. Mod. Phys.*, **17**, 120 (1945).

#### MODELE COSMOLOGICE NESTATICE CU CAVITATI SFERICE OVALE

(Rezumat)

Se studiază concentrația de masă în modele cosmologice nestatice ( $\Lambda = 0$ ) Se arată că în modelul cosmologic nestatic poate apare o cavitate sferică ( $p = 0$ ,  $\rho = 0$ ) Cavitatea astfel formată este nonstatică în ceea ce privește natura ei și în echilibru în cadrul modelului cosmologic nonstatic În interiorul cavității poate apare o transformare a energiei în masă; această transformare depinde în întregime de energia în interiorul sferei Se arată că modele gravitaționale produse de cavitate transportă energia Aceasta aruncă o „lumină nouă” asupra începutului universului (complet întunecat și conținând numai energie) și dă o nouă sugestie asupra formării nebuloaselor. În același timp aceasta arată că teorema lui Birkhoff (care afirmă că, cîmpul în spațiul gol este static) este parțial corectă și că numai un con ce provine din origine este static, toate celelalte părți neposedind această proprietate. Ca urmare, putem considera cîmpul într-un spațiu gol ca fiind de tip hiperbolic nestatic.

НЕСТАТИЧЕСКИЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ С ОВАЛЬНЫМИ  
СФЕРИЧЕСКИМИ ПОЛОСТЯМИ

(Резюме)

Изучается массовая концентрация в нестатических космологических моделях ( $\Lambda = 0$ ). Показывается, что в нестатической космологической модели может возникнуть сферическая полость ( $p = 0$ ,  $\rho = 0$ ). Образованная таким образом полость является нестатической в отношении ее природы и находится в равновесии в рамках нестатической космологической модели. Внутри полости может иметь место преобразование энергии в массу; это преобразование полностью зависит от энергии изнутри сферы. Показывается, что гравитационные модели, порожденные полостью, переносят энергию. Это проливает „новый свет” на начало вселенной (полностью тёмной и содержащей только энергию) и высказывает новое предположение об образовании туманностей. Одновременно, это показывает, что теорема Биркгоффа (утверждающая, что поле в пустом пространстве является статическим) частично правильна и что только конус, происходящий из начала, является статическим, в то время как остальные части не обладают этим свойством. В результате можем рассматривать поле в пустом пространстве как поле нестатического гиперболического типа.



# INSTALAȚIE PENTRU STUDIAREA VARIAȚIEI CU TEMPERATURA A CONSTANTEI HALL, A CONDUCTIBILITĂȚII ELECTRICE ȘI A MAGNETOREZISTENȚEI

VALER CRISTEA

1. *Introducere.* Studiarea efectului Hall al materialelor, secondată de studii de conductibilitate electrică în dependența lor de temperatură a constituit, de la începuturile științei despre semiconductori, o metodă puternică de investigare a benzilor de energie ale purtătorilor de sarcină din semiconductori. Posibilitățile acestei metode au fost subliniate în monografiile celebre ca aceea a lui Busch și Winkler [1] sau în aceea a lui Putley [2].

În literatura de specialitate există și mai continuă să fie publicate multe descrieri de instalații Hall, care permit efectuarea măsurătorilor în diferite domenii de temperatură [3—7] sau la temperatura mediului ambiant [8], în curent și câmp magnetic continue, alternative ori în impulsuri. Față de acestea, instalația descrisă aici prezintă avantajul că măsurarea celor trei parametri se face în paralel, pe aceeași probă, cu aceleași contacte electrice, într-un interval larg de temperatură ce se întinde de la  $-190$  la  $+500^{\circ}\text{C}$  și în condiții de vid înaintat.

Metoda de măsurare folosită este cea clasică (curent continuu și câmp magnetic continuu), metodă caracterizată pe lângă simplitate prin posibilitatea de a construi instalații foarte sensibile și care prezintă siguranță sporită în funcționare. Instalația realizată constă din trei părți principale și anume: criostatul cu sistemul de pompare, circuitele de măsură și electromagnetul cu sistemul de alimentare.

2. *Descrierea criostatului.* Criostatul constă din două vase de sticlă (Jena), unul exterior iar altul interior, ce se assemblează printr-un șlif (Fig. 1). Vasul exterior (5) este prevăzut la partea superioară cu șlif, iar partea inferioară se îngustează mult pentru a putea pătrunde în întrefierul îngust al electromagnetului. Joncțiunea sticlei cu tubul de cupru (1) se realizează prin intermediul unui tub de covar (3), material care, prin intermediul unei treceri din sticlă molibden, poate fi sudat cu sticla Jena. Tubul de covar este lipit de cupru cu cositor (12). Vasul interior este pre-

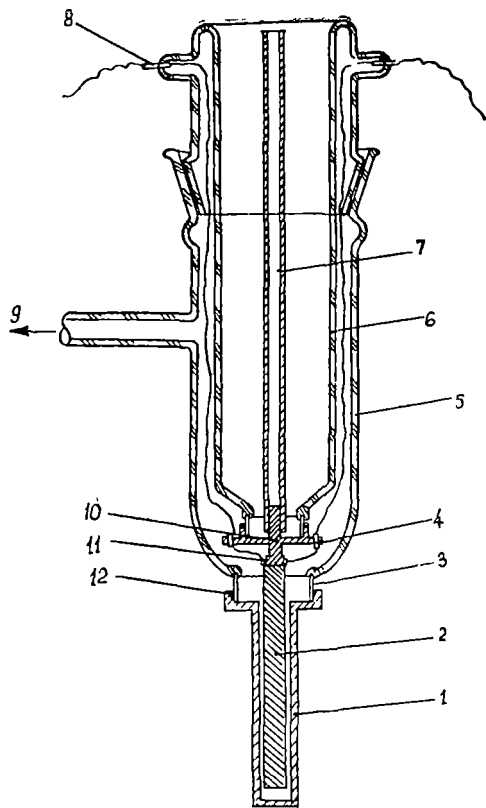
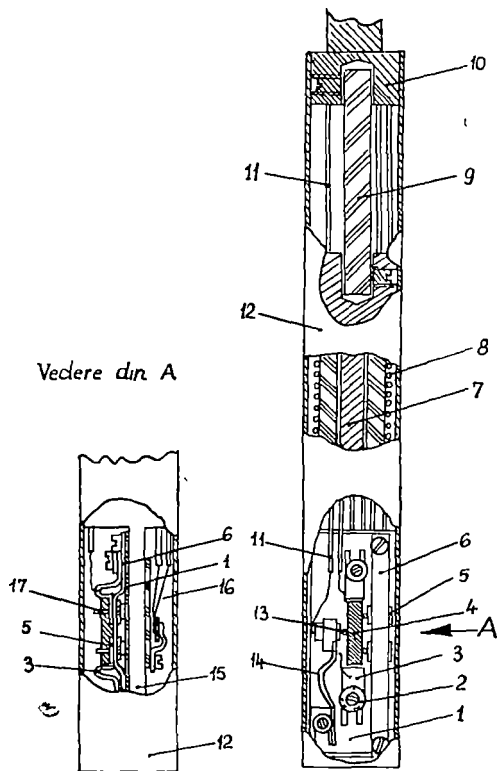


Fig 1.



văzut la partea superioară cu 12 ramificații, care prin tubușoarele de covar (8) de la extremitățile lor lasă să treacă conductoarele electrice. La partea inferioară vasul se îngustează, fiind prelungit ca și cel exterior cu un tub de covar, de care este lipit cu cositor capacul (10). Avînd rol de conductor termic, capacul este confecționat din cupru. De partea superioară a capacului este fixat un tub cilindric de cupru (7), de cea inferioară suportul probei (2), iar în niște orificii la periferia capacului sînt montate izolatoare din porțelan (4) prin care trec conductoarele electrice spre suportul probei. În suportul probei conductoarele trec prin tubușoare subțiri din cuarț (11). Un tub lateral (9) face legătura instalației de pompare cu spațiul cuprins între cele două vase.

Construcția suportului probei este arătată în detaliu în fig. 2. El este confecționat din cupru și se compune dintr-o platformă (15) pe care este fixată proba (4) și un mosor (7), care face corp comun cu platforma și pe care este montat încălzitorul electric (8). Sistemul este suspendat de fundul vasului interior (10) cu ajutorul tije de porțelan (9). Drept conductor termic servește un tub de cupru (12), care îmbracă suportul probei pe toată lungimea sa și care, pentru răcirea suportului, asigură contactul termic cu baia refrigerentă.

Proba, de formă paralelipipedică, este așezată peste o foiță de mică (1), care acoperă întreaga platformă, între electrozii de curent (3). Aceștia din urmă sînt izolați electric față de platformă cu foița de mică (1) și șaiba de mică (2); pe electrozi sînt lipite conducătoare pentru curentul prin probă. Electrozii de curent sînt confecționați din tablă subțire de bronz fosforos și au o formă arcuită, astfel încît asigură tot timpul un contact bun pe probă. Sondele de tensiune (17) și sonda Hall (13) sînt confecționate din sîrmă de cupru de 0,4 mm diametru, îndoită în așa fel încît contactul propriu-zis este perpendicular pe o bază de susținere de formă semicirculară. Bazele de susținere sînt izolate în foiță subțire de mică (5) și apăsate de lamelele de bronz fosforos (6) și (14) către platformă — în cazul sondelor de tensiune — și către probă și platformă — în cazul sondei Hall.

Pentru măsurarea temperaturii se folosește un termocuplu de cupru-constantan, confecționat din fire de 0,08 mm diametru, a cărui sudură este apăsată de un arc pe partea cealaltă a platformei, în dreptul mijlocului probei. Toate firele conductoare trec prin tubușoare de cuarț (11) așezate în niște canale de-a lungul generatoarelor suportului.

Pentru răcirea suportului în vasul interior se toarnă azot lichid, care prin conductorul termic (12) răcește în scurt timp suportul și proba pînă la o temperatură foarte apropiată de a azotului lichid. Temperaturile dorite — superioare acestuia — le putem obține folosind încălzitorul (8) montat pe suport. Tubul (7) servește la uniformizarea temperaturii în cazul cînd compoziția refrigerentă folosită nu este omogenă (exemplu . gheață cu sare, apă cu gheață, etc.). În cazul cînd dorim să extindem măsurătorile la temperaturi superioare cu mult temperaturii camerei este recomandabil ca suportul probei să fie izolat termic de fundul vasului interior, spre a preveni topirea cositorului cu care acesta este fixat. În acest scop se demontează conductorul termic din dreptul tije (9), iar în vasul interior se pune apă.

3. *Schema circuitelor de măsură.* Metoda de măsurare folosită permite măsurarea succesivă a conductibilității electrice, magnetorezistenței și constantei Hall la fiecare temperatură stabilizată. În acest scop proba (reprezentată hașurat în fig. 3) este prevăzută cu cinci electrozi și anume: doi electrozi de curent (1) și (2), doi electrozi (sonde) de tensiune (3) și

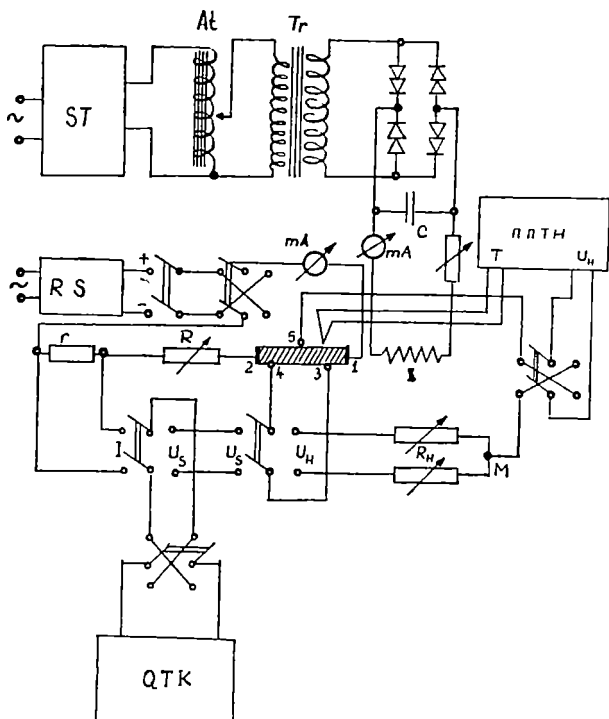


Fig 3

și un electrod Hall (5). Curentul de lucru furnizat de un redresor stabilizat (RS) este măsurat de un miliampermetru și, mai exact, de compensatorul de tip QTK din căderea de tensiune pe rezistența etalon ( $r$ ). Conductibilitatea electrică se determină din căderea de tensiune  $U$  între sondele (3) și (4) (măsurată cu același compensator QTK) și din intensitatea curentului. Pentru măsurarea tensiunii Hall comutatorul sondelor (3) — (4) este conectat în poziția  $U_H$ . În absența cîmpului magnetic variați rezistențele ( $R_H$ ) pînă cînd compensatorul (de tip PPTN) nu arată nici o cădere de potențial între sonda Hall (5) și punctul mijlociu (M). În acest caz căderea de potențial ohmică dintre contacte a fost redusă la zero și se conectează cîmpul magnetic exterior în vederea măsurării tensiunii Hall  $U_H$ .

În scopul eliminării tensiunii termoelectromotoare, datorită neuniformității temperaturii în probă, la fiecare temperatură stabilizată se efectuează patru măsurători (cîte una pentru fiecare sens al curentului și al cîmpului magnetic prin probă) și se ia în considerare media celor patru măsurători. Pozițiile inversoarelor de curent, coroborate cu sensul cîmpului magnetic și cu polaritatea la (RS), ne permit să stabilim semnul purtătorilor de sarcină majoritari în proba studiată.

În fig. 3 este reprezentat și sistemul de alimentare al încălzitorului (I) de pe suportul probei. Acesta este alcătuit dintr-un stabilizator de tensiune (ST), un autotransformator (At), un transformator despărțitor (Tr), un sistem de celule redresoare legate în puncte Graetz, un condensator



(C), un miliampermetru și un reostat. Încălzitorul este executat din sîrmă de cromnițel de 0,15 mm diametru, bobinată bifilar pe un suport de porțelan. Alimentarea se face în curent continuu pentru a evita semnalele parazite ce se induc uneori în circuitul de măsură.

4. *Electromagnetul.* Pentru crearea inducției magnetice necesare măsurătorilor se folosește un electromagnet de tip Weiss, cu circuit de răcire cu apă. Pentru comoditatea măsurătorilor electromagnetul este montat pe o platformă rotitoare care-i permite rotirea în jurul axei verticale ce trece prin probă. La o lărgime a întrefierului de 23 mm inducția maximă este de 13.000 gauss. În scopul asigurării unui cîmp care să poată fi considerat omogen pe tot întinsul probei (lungime maximă de 10 mm) și care să fie totuși concentrat într-un volum restrîns se folosesc piese polare tronconice cu unghiul la vîrf de  $120^\circ$  și cu diametrul mic de 40 mm.

Alimentarea electromagnetului se face de la rețeaua de curent continuu de 120 V, prin intermediul schemei reprezentate în fig. 4. Comutatorul

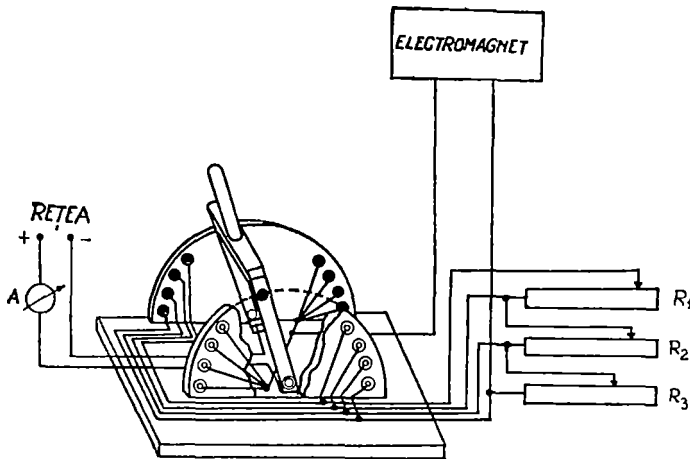


Fig 4

înversor cu 16 ploturi reprezentat în figură permite efectuarea rapidă a inversării polarității cîmpului magnetic prin schimbarea în patru trepte a intensității curentului din înfășurările electromagnetului, astfel încît să fie evitată străpungerea izolației la întreruperea curentului. Cele trei reostate  $R_1$ ,  $R_2$  și  $R_3$  asociate comutatorului sînt reostate cu cursor obișnuite de laborator și au rezistențele totale de 3, 9, respectiv 26 ohmi. Pentru schimbarea polarității cîmpului magnetic trebuie numai să se treacă brațul comutatorului dintr-o parte în poziția simetrică din cealaltă parte, fără a fi nevoie să deplasăm cursoarele reostatelor. Acestea din urmă se manevrează numai în cazul cînd am dori să stabilim un anumit curent prin bobinele electromagnetului (de exemplu la ridicarea curbei intensității cîmpului în funcție de intensitatea curentului).

5. *Concluzii.* Instalația realizată permite studierea variației cu temperatura a constantei Hall și a conductibilității electrice (în prezența sau în absența cîmpului magnetic) a materialelor semiconductoare. Măsurătorile pot fi efectuate în vid înaintat, ceea ce este important atunci cînd prin natura sa proba poate să reacționeze cu mediul ambiant și deci să-și modifice proprietățile în timpul măsurătorilor. Domeniul de temperatură accesibil este suficient pentru determinarea nivelelor de energie la majoritatea semiconductoarelor. Faptul că se poate trece prin temperatura camerei fără a schimba contactele electrice (nu întotdeauna reproductibile) pe probă, prezintă un avantaj deosebit.

Schema de măsură folosită are avantajul unei sensibilități mari, aceasta fiind limitată numai de sensibilitatea instrumentului de zero folosit în circuitul compensatorului. Funcționarea schemei este sigură dacă contactele pe probă sînt de bună calitate. Dacă materialul studiat o cere, pe probă sînt depuse contacte ohmice pe care se sprijină electrozii suportului probei.

(Intrat în redacție la 9 septembrie 1972)

#### BIBLIOGRAFIE

- 1 Busch, G, Winkler, U, *Ergeb exact Naturw*, **29**, 145 (1956).
2. Putley, E. H, *The Hall effect and related phenomena*, London, Butterworth, 1960.
3. Redfield, A. G, *Phys Rev*, **94**, 3, 526 (1954)
4. Bogomolov, V N, Measnikov, V A., *JTF*, **27**, 6, 1209 (1957).
- 5 Lavine, J M, *Rev Sci Instr*, **29**, 11, 970 (1958).
- 6 Hyde, G R., Rao, N. G, *Rev Sci Instr*, **41**, 4, 593 (1970)
- 7 Eisele, I, Kevan, L, *Rev Sci Instr*, **43**, 2, 189 (1972).
- 8 Puskas, F, Ilonca, Gh, *Studii și cercetări de fizică*, **19**, 2, 165 (1967)

#### УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОНСТАНТЫ ХОЛЛА, ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ И МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЯ

(Резюме)

Описана установка, позволяющая изучение эффекта Холла, электропроводности и магнитосопротивления полупроводниковых образцов в вакууме, в температурном интервале от  $-190$  до  $+500$  °C

#### INSTALLATION POUR L'ÉTUDE DE LA VARIATION, SUIVANT LA TEMPÉRATURE, DE LA CONSTANTE HALL, DE LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE ET DE LA MAGNÉTO-RÉSISTANCE

(Résumé)

On décrit une installation qui permet d'étudier l'effet Hall, la conductibilité électrique et la magnéto-résistance sur des échantillons semi-conducteurs, sous vide et dans un domaine de température allant de  $-190$  à  $+500$  °C.

## DISPOZITIV PENTRU MĂSURĂTORI DE RMN ÎN SISTEME METALICE ÎN REGIM DE TEMPERATURĂ VARIABILĂ

M. COLDEA, V. NICULESCU și IULIU POP

Datorită interacțiunii hiperfine de contact, linia de rezonanță magnetică nucleară a unui element dintr-un sistem metalic este deplasată față de linia de rezonanță a aceluiași element dintr-un compus diamagnetic nemetalic, efectul fiind cunoscut sub numele de deplasare Knight.

La construirea dispozitivului pentru măsurători de RMN în regim de temperatură variabilă, adaptat instalației RMN tip JEOL, am ținut cont ca acesta să prezinte o mare stabilitate în timpul înregistrării spectrelor, un raport semnal-zgomot cât mai mare, iar semnalul etalonului, față de care se măsoară deplasările Knight, să fie puternic și să nu depindă de temperatură. În fig. 1 este dată o secțiune longitudinală prin acest dispozitiv, care permite măsurători RMN la diferite temperaturi între 130—475°K.

Bobina de *RF* (1), de inductanță  $L_1$ , în care se introduce proba de studiat, este înfășurată pe un tub subțire din teflon (6) și introdusă într-un cilindru cu pereți dubli din sticlă, vidat (5), deschis la ambele capete, în care s-a făcut un vid de  $10^{-3}$  torr.

Etalonul diamagnetic este plasat în exteriorul dewarului, ceea ce permite atât o manevrare ușoară cât și menținerea lui la temperatura mediului ambiant în timpul măsurătorilor la diferite temperaturi, putându-se utiliza atât etaloane solide cât și lichide. În scopul obținerii unei sensibilități cât mai mari pentru etalon, acesta este introdus într-o a doua bobină *RF* (2) de inductanță  $L_2$ . Această bobină este înfășurată pe un tub de sticlă (15) așezat în exteriorul dewarului și fixat de cutia de rezonanță (4) prin suportul (18).

Bobinele (1) și (2) înseriate, făcând parte dintr-un circuit oscilant de *RF*, se cuplează prin cablul coaxial (3) la montajul unei punți de radiofrecvență asimetrică *A n d e r s o n* [1], circuitul oscilant constituind o ramură a punții.

Valorile inductanțelor  $L_1$  și  $L_2$  s-au ales în așa fel ca inductanța totală  $L = L_1 + L_2$  să aibă valoarea optimă pentru acordarea circuitului oscilant, iar în alegerea raportului  $L_1/L_2 \approx 3$  s-a ținut cont de sensibilitățile probei și ale etalonului.

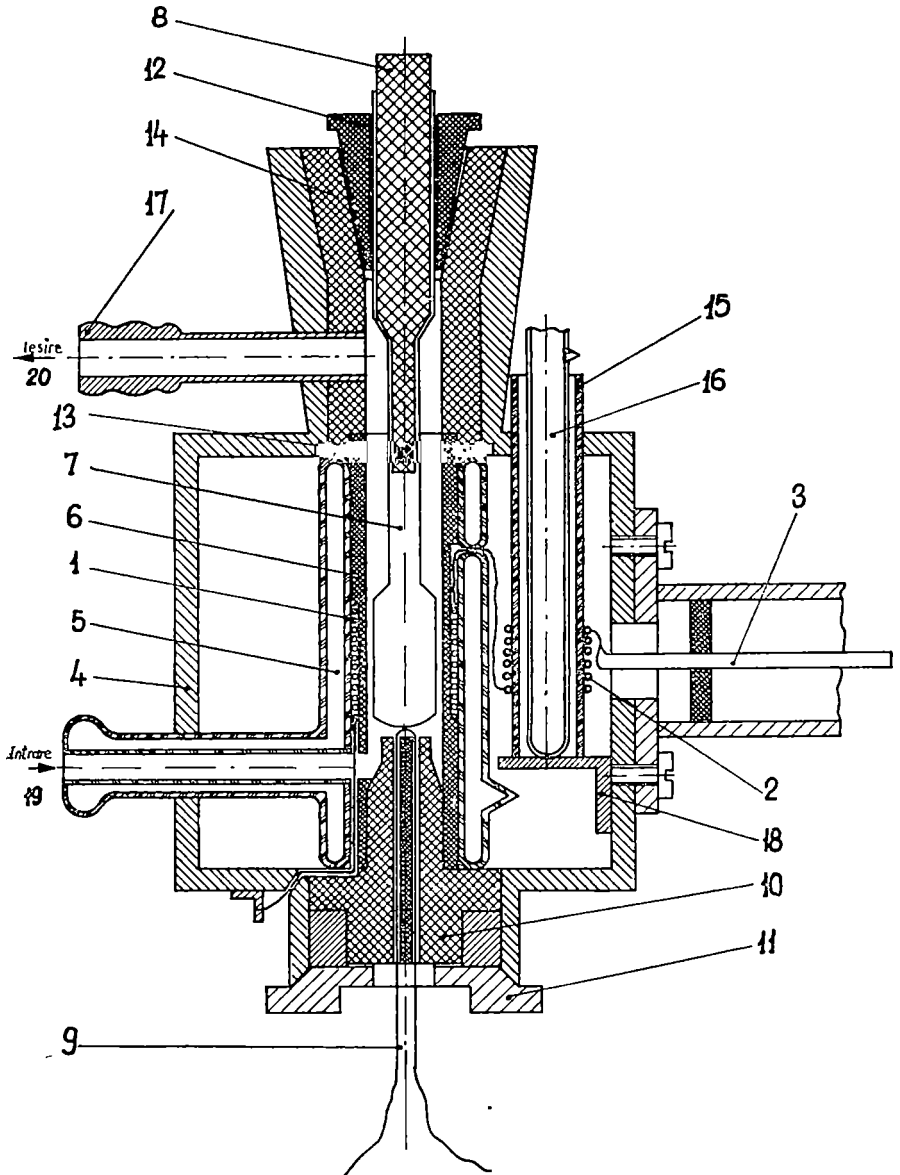


Fig 1. Dispozitiv pentru măsurători RMN în regim de temperatură variabilă

Dewarul este fixat rigid de cutia de rezonanță cu ajutorul unor garnituri de teflon (13, 14) în partea superioară, iar în partea inferioară printr-un dop din teflon de formă specială (10) și a unui șurub de fixare (11). Dopul din teflon are rolul atât de a închide ermetic dewarul în partea inferioară,

cît și de a fixa termocuplul de Cu — constantan (9) la fundul eprubetei cu proba de studiat (7). Această eprubetă este îngustată în porțiunea mediană și este astupată pînă aproape de probă cu un dop de azbest (8), obținându-se astfel o izolare termică corespunzătoare. În partea superioară eprubeta se fixează cu ajutorul unui manșon din teflon (12), care are și rolul de a minimaliza transmisia căldurii de-a lungul eprubetei.

Pentru ca temperatura etalonului să fie constantă în timpul măsurătorilor, acesta se introduce într-o eprubetă dewar (16), crescînd astfel și mai mult stabilitatea în lucru.

Curentul de gaz termostatat la o anumită temperatură este introdus printr-o derivație cu șlif de la partea inferioară a dewarului (19) și este evacuat printr-un orificiu făcut în garnitura de teflon (14) care se continuă în exterior cu o olivă metalică (17). Temperatura curentului de gaz poate fi variată continuu de la 130°K la 475°K.

Pentru încălzirea probei la temperaturi mai mari decît temperatura camerei se folosește un curent de aer care trece peste o rezistență electrică încălzită, situată într-un dewar tubular și de aici pătrunde în dewarul probei.

Pentru răcirea probei sub temperatura camerei se folosește un curent de vapori reci de azot. În acest caz dewarul se adaptează printr-un racord elastic la un vas dewar tip JEOL, care este prevăzut în interior cu o rezistență de încălzire.

Temperatura stării staționare în incinta cu probă se atinge în aproximativ 10—15 minute (fig. 2).

Pentru măsurarea gradientului de temperatură de-a lungul probei am folosit încă un termocuplu introdus prin partea superioară a eprubetei pînă la atingerea probei și valoarea maximă măsurată pentru diferite temperaturi este de 3 grade.

Se știe că în momentul absorbției de RMN circuitul oscilant va înregistra o schimbare a parametrilor săi electrice [2]. Deoarece în practică se lucrează cu circuitul

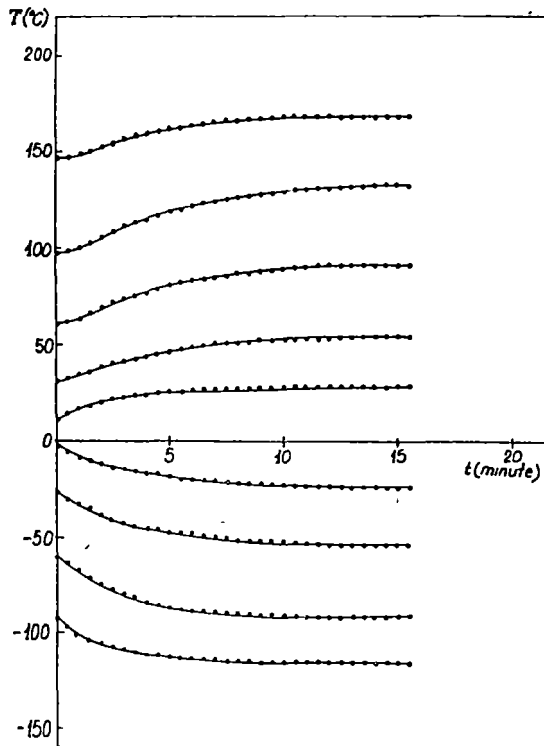


Fig 2 Diagrama stabilirii regimului staționar de temperatură în incinta cu probă.

oscilant acordat, schimbarea diferenței de potențial de-a lungul bobinei în momentul rezonanței este dată de [3]

$$\Delta V = 8\pi\xi QSH_1\omega(-\chi' \sin \omega t + \chi'' \cos \omega t)$$

unde  $\xi$  este factorul de umplere al bobinei,  $Q$  factorul de calitate al circuitului,  $S$  secțiunea bobinei,  $H_1$  amplitudinea cîmpului de radiofrecvență,  $\omega$  frecvența generatorului de radiofrecvență, iar  $\chi'$  și  $\chi''$  sînt componentele susceptibilității dinamice. Sensibilitatea unui dispozitiv este cu atît mai mare cu cît  $\Delta V$  este mai mare.

Introducerea bobinei pentru probă în interiorul dewarului a dus la o creștere a factorului de umplere  $\xi$  și în același timp la o termostatare a ei la temperatura de lucru, întrucît bobina are aceeași temperatură ca și proba, ceea ce-i conferă o mare stabilitate a parametrilor săi electrici. Cum parametrii bobinei variază de la o temperatură la alta, este necesară re acordarea punții pentru fiecare temperatură staționară, însă variațiile fiind mici puntea poate fi acordată pe întreg domeniul de temperatură utilizat.

Pentru a avea un factor de calitate  $Q$  cît mai mare, bobinele au fost confecționate din sîrmă de argint.

Astfel, prin creșterea lui  $\xi$  și  $Q$ , raportul semnal-zgomot a crescut cu peste un ordin de mărime față de cel obținut cu ajutorul instalației fără modificările de mai sus.

(Intrat în redacție la 13 septembrie 1972)

#### BIBLIOGRAFIE

- 1 Anderson, H. L., Phys. Rev., **76**, 1460 (1949)
- 2 Valeriu, A., Drăghicescu, M., Iancu Lovici, B. și Drăghicescu, P., Studii și cerc fiz., **8**, 213 (1957)
- 3 Andrew, E. R., Nuclear Magnetic Resonance, Cambridge, University Press, 1956, p. 33.

#### УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ ЯМР В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ В РЕЖИМЕ ПЕРЕМЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

(Резюме)

Описано устройство для измерений ЯМР в металлических системах, в режиме переменной температуры, приспособленное к установке ЯМР типа JEOL. Характеристики устройства позволяют измерения для формы линии и сдвига Найта в температурном интервале 130–475°K, причем максимальная неравномерность температуры внутри образца составляет 3 градуса

#### VARIABLE TEMPERATURE NMR MEASUREMENT DEVICE FOR METALLIC SYSTEMS

(Summary)

A variable temperature NMR measurement device for metallic systems which can be adapted for JEOL-NMR spectrometer is presented. This device allows measuring the line shape and the Knight shift between 130–475°K when the maximum temperature fluctuation inside the sample is 3°K.

## CONTRIBUȚII LA STUDIUL PROPRIETĂȚILOR MAGNETICE ALE COMPUȘILOR INTERMETALICI PSEUDOBINARI $Ce_{1-x}R_xAl_3$

V. NICULESCU și IULIU POP

**1. Introducere.** Studiul compușilor intermetalici pe bază de pământuri rare și în special combinațiile acestora cu aluminiul [1 — 6] a pus în evidență mecanismul interacțiunii de schimb de tip RKKY [7 — 9] între momentele localizate ale ionului de pământ rar și electronii de conducție. Astfel investigațiile recente asupra compușilor  $CeAl_x$  ( $x = 1, 2, 3, 4$ ) [10, 11], atât prin metoda RMN cât și pe baza măsurătorilor de susceptibilități magnetice statice, au creat o imagine a naturii interacțiunilor care apar în sistemul intermetalic și a modificărilor intensității acestor interacțiuni în urma modificărilor structurale prin trecerea de la un compus la altul.

Substituirea unei fracțiuni a atomilor de ceriu din rețeaua compușilor  $CeAl_x$  cu alte elemente din seria pământurilor rare prezintă un deosebit interes prin modificările proprietăților magnetice care apar în noul sistem. Astfel de cercetări au fost efectuate asupra compușilor pseudobinari de tip  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  cu  $R = La, Y, Gd, Tb, Er$  [12 — 14]. În esență, la o substituție pînă la 10% at a ceriului cu un alt element, celula elementară  $CeAl_3$  nu își modifică proprietățile de simetrie, în afara unor slabe variații ale parametrilor celulei. Mica diferență în razele ionice a Ce, Gd, Tb, Er, Y, La, permite să se prepare soluții solide stabile de tip  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  pentru  $x \ll 1$  (păstrînd structura  $Ni_3Sn$ ), care formează compuși intermetalici pseudobinari.

Efectele principale ale substituției Ce în  $CeAl_3$  cu mici cantități de element de pământ rar din jumătatea a doua a seriei lantanidelor Gd, Tb și Er au fost studiate atât prin RMN cât și prin măsurători magnetice statice [13]. Spectrele RMN  $Al^{27}$  și dependența de temperatură a susceptibilității magnetice au arătat că în compușii studiați ionii de pământ rar își păstrează individualitatea, toți contribuind cu momentele lor de ioni liberi la susceptibilitatea magnetică și, prin polarizarea de schimb a electronilor de conducție, la deplasarea Knight a liniei RMN  $Al^{27}$ . La concentrații mici de element substituit, RMN a permis să se evidențieze două poziții neechivalente de  $Al^{27}$  în rețea, o parte avînd în vecinătate numai ioni de ceriu, iar o alta, și atomi de Gd, Tb sau Er.

În această lucrare se caută ca, pe baza configurației electronice stabilite pentru  $CeAl_3$ , să se dea o imagine cantitativă a tuturor contribuțiilor la comportarea magnetică a compușilor pseudobinari pe de o parte, cât și a modificărilor diferitelor contribuții la schimbarea concentrației de element substituit.

Au fost cercetați șase compuși de tipul  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  cu  $R = Gd$  ( $x = 0,01; 0,03, 0,05, 0,07$ ),  $R = Tb$  ( $x = 0,05$ ) și  $R = Er$  ( $x = 0,025$ ).

Tehnica experimentală pentru studiul susceptibilității magnetice a fost descrisă anterior [13].

**2. Discuția susceptibilității magnetice.** *A. Compuși  $Ce_{1-x}Gd_xAl_3$ .* Gadoliniul este un element din seria pământurilor rare care, datorită proprietăților sale magnetice, se deosebește atât de elementele din subgrupa ceriului cât și de cele din subgrupa ytriului. Astfel, Gd are șapte electroni 4f, iar ionul  $Gd^{3+}$  se găsește în starea  $^8S_{7/2}$ , deci este lipsit de moment orbital. Pe de altă parte gadoliniul manifestă o mare stabilitate chimică față de restul elementelor din serie și este singurul feromagnetic la temperatura camerei.

Pentru cei patru compuși  $Ce_{1-x}Gd_xAl_3$  s-a studiat dependența de temperatură a susceptibilității magnetice între 90 — 1100 K, interval în care toți manifestă un paramagnetism dependent de temperatură care poate fi aproximat cu o lege de tip Curie-Weiss afectată de un termen independent de temperatură

$$\chi = \chi_0 + C(T - \theta_p)^{-1}. \quad (1)$$

Atît dependența de tip Curie-Weiss a susceptibilității, cât și existența și comportarea termenului independent de temperatură,  $\chi_0$ , pot fi argumentate pe baza aceluiași considerente cu cele de la compuși binari  $CeAl_x$  [11].

Dacă susceptibilitatea dependentă de temperatură poate fi pusă pe seama electronilor 4f necompensați ai ceriului și gadoliniului, termenul independent de temperatură este rezultatul diferitelor contribuții dia- și paramagnetice ale electronilor din păturile complete cât și ale electronilor de conducție. Astfel se poate scrie

$$\chi_0 = \chi_p + \chi_{orb}^{p,d} + \chi_{vv}^{4f} + \chi_L + \chi_{dia}. \quad (2)$$

unde  $\chi_p$  dă paramagnetismul Pauli al electronilor de conducție,  $\chi_{orb}^{p,d}$  contribuția orbitală a electronilor  $p$  și  $d$  exteriori colectivizați,  $\chi_{vv}^{4f}$  aportul paramagnetismului Van Vleck al electronilor 4f localizați,  $\chi_L$  termenul diamagnetic de tip Landau al electronilor de conducție, iar  $\chi_{dia}$  contribuția diamagnetică a miezurilor ionice de aluminiu și pământ rar.

Din studiul valorilor experimentale obținute pentru susceptibilitatea independentă de temperatură (v. tabel 1) se poate observa că  $\chi_0$  păstrează același ordin de mărime pentru cei patru compuși  $Ce_{1-x}Gd_xAl_3$ , odată cu creșterea concentrației suferind o ușoară scădere de la  $1,3 \cdot 10^{-6}$  pentru  $CeAl_3$  la  $1,1 \cdot 10^{-6}$  uem/g pentru compusul cu 7% at Gd. Valorile apropiate ale lui  $\chi_0$  în cei patru compuși indică lipsa unor modificări importante în



structura electronică și densitatea de stări la suprafața Fermi a electronilor de conducție. Într-adevăr gadoliniul avînd configurația electronică  $[Xe] 4f^7 5d^1 6s^2$  participă la conducție cu același număr de electroni pe atom ca și ceriul. Trebuie menționat aici că Gd are coeficientul  $\gamma$  determinat din călduri specifice electronice mai mic decît al ceriului ( $6,7 \text{ mJ/molK}^2$  față de  $42 \text{ mJ/molK}^2$ ), fapt care ar sugera o scădere a densității medii de stări la nivelul Fermi în urma substituției.

Urmînd același procedeu ca în cazul compusului binar CeAl [10] poate fi calculată contribuția fiecărui termen în relația (2).

Dacă pentru ceriu se aproximează susceptibilitatea orbitală paramagnetică dată de electronii  $5d^1$  ca fiind [15]

$$\chi_{\text{orb}}^{5d^1} \simeq 4N_A \mu_B^2 n_{5d} \left( 1 - \frac{n_{5d}}{10} \right) \frac{1}{\Delta E_{5d}}, \quad (3)$$

unde se ia  $\Delta E_{5d} \sim 3 \text{ eV}$  ca și în cazul elementelor  $3d$  și  $4d$ ,  $n_{5d}$  fiind numărul de electroni  $5d$  pe atom, iar  $N_A$  numărul lui Avogadro, se obține  $\chi_{\text{orb}}^{5d^1} \simeq \simeq 38,8 \cdot 10^{-6} \text{ uem/mol}$ , iar pentru  $CeAl_3$   $\chi_{\text{orb}}^{p,d} = 51 \cdot 10^{-6} \text{ uem/mol}$ , în considerare că funcțiile de undă  $3p$  ale aluminului și  $5d$  ale ceriului nu se modifică esențial prin trecerea la compus și luînd  $\chi_{\text{orb}}^{3p}(\text{Al}) \sim 0,15 \text{ uem/g}$  [10].

Data fiind păstrarea numărului de electroni  $d$  și  $p$  în banda de conducție prin substituție, rezultă că susceptibilitatea orbitală molară  $\chi_{\text{orb}}^{p,d}$  rămîne în prima aproximație constantă la apariția gadoliniului în rețea.

Pe de altă parte pentru ceriu se poate considera paramagnetismul independent de temperatură de tip Van Vleck al electronilor  $4f$  avînd valoarea  $\chi_{\text{vv}}^{4f} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ uem/mol}$  [3]. Datorită lipsei momentului orbital la Gd, rezultă o scădere pe ansamblu a susceptibilității orbitale de tip Van Vleck odată cu creșterea concentrației acestui element în rețea.

Susceptibilitatea molară  $\chi_{\text{dia}}$  poate fi considerată constantă prin trecerea de la compusul binar la cel pseudobinar, dacă se observă că susceptibilitatea scheletului ionic al Gd are aceeași valoare ( $- 20 \cdot 10^{-6} \text{ uem/mol}$ ) cu a ceriului. Cele patru contribuții la  $\chi_0$  sînt date în tabelul 1.

Prin scăderea celor patru termeni din valoarea experimentală  $\chi_0$  se poate obține contribuția paramagnetismului Pauli al electronilor de conducție (v. rel.2). Ca și la compuși binari de altfel [11],  $\chi_p$  rezultat are o valoare mult mai mare decît cea calculată  $\chi_p^0$  în aproximația electronilor liberi (v. tabel 1). În compuși, în banda de conducție densitatea de stări electronice la nivelul Fermi este mult mai ridicată față de densitatea de stări în Al metalic, această creștere fiind pusă în primul rînd pe seama unei interacțiuni electron-fonon foarte intense, cît și unei interacțiuni de schimb a electronilor de conducție. Contribuția lor comună la creșterea susceptibilității Pauli poate fi înglobată într-un factor de amplificare  $f = \chi_p / \chi_p^0$  [10], care pentru  $CeAl_3$  are valoarea 2,8 [11]. În această ipoteză valoarea scăzută a lui  $\gamma$  pentru Gd față de ceriu implică o scădere a densității medii de stări la suprafața Fermi în urma substituției, respectiv o ușoară

scădere a factorului de amplificare a densității de stări odată cu creșterea concentrației de gadoliniu. Acest fapt se observă într-adevăr dacă se calculează pentru cei patru compuși  $\chi_p^0$  în aproximația de electroni liberi și se compară cu  $\chi_p$  care rezultă din expresia (2), factorul  $f$  scăzând de la 2,8 pentru  $CeAl_3$  la 2,32 pentru compusul cu 7% at Gd. (v. tabel 1).

Tabel 1

Valorile pentru toate contribuțiile în  $\chi_0$  pentru compuși  $Ce_{1-x}Gd_xAl_3$ ,  $Ce_{0,95}Tb_{0,05}Al_3$  și  $Ce_{0,975}Er_{0,025}Al_3$  comparate cu  $CeAl_3$ . Susceptibilitățile sînt date în  $10^{-6}$  uem/g

Compus	Valori experimentale		Valori calculate							
	$\chi_f^{(300K)}$	$\chi_0$	$\chi_p^0$	$f$	$\chi_p$	$\chi_L$	$\chi_{vv}^{4f}$	$\chi_{orb}^{p,d}$	$\chi_{dia}$	$\chi_0$
$CeAl_3$	10,6	1,3	0,382	2,8	0,96	-0,127	0,226	0,231	-0,1177	1,3
$Ce_{0,99}Gd_{0,01}Al_3$	12,5	1,3	0,382	2,8	0,96	-0,127	0,226	0,231	-0,1177	1,3
$Ce_{0,97}Gd_{0,03}Al_3$	14,15	1,25	0,377	2,68	1	-0,1265	0,2255	0,23	-0,1175	1,22
$Ce_{0,95}Gd_{0,05}Al_3$	15,35	1,15	0,376	2,52	0,948	-0,1264	0,2253	0,23	-0,1173	1,16
$Ce_{0,93}Gd_{0,07}Al_3$	18,9	1,1	0,38	2,32	0,87	-0,126	0,225	0,2296	-0,117	1,08
$Ce_{0,95}Tb_{0,05}Al_3$	18,75	1,35	0,375	2,99	1,12	-0,125	0,244	0,2295	-0,117	1,35
$Ce_{0,975}Er_{0,025}Al_3$	15,2	1,3	0,376	2,82	1,06	-0,1254	0,24	0,23	-0,117	1,3

B. Compuși  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  ( $R = Er, Tb$ ). Pentru compuși pseudo-binari cu Tb și Er substituit calculul contribuțiilor la susceptibilitatea independentă de temperatură se face analog. Se observă că în cazul  $Ce_{0,95}Tb_{0,05}Al_3$  termenul independent de temperatură are același ordin de mărime cu  $CeAl_3$  fiind puțin mai ridicat, fapt ce poate fi datorat valorii superioare a paramagnetismului Van Vleck independent de temperatură al electronilor  $4f$  ai terbiului ( $0,13 \cdot 10^{-3}$  uem/mol) față de ai ceriului ( $0,05 \cdot 10^{-3}$  uem/mol).

(Intrat în redacție la 16 septembrie 1972)

## BIBLIOGRAFIE

- Jaccarino, V, Matthias, B T, Peter, M, Suhl, H, Wernick, J H, Phys. Rev. Letters, 5, 251 (1960)
- Jaccarino, V, J. Appl Phys, 32, 102 S (1961)
- Van Diepen, A M, De Wijn, H W., Buschow, K H. J, J Chem. Phys, 46, 3460 (1967)
- Buschow, K H J, Fast, J F, Van Diepen, A M, De Wijn, H. W., Phys Stat Sol, 24, 715 (1967)
- Van Diepen, A M, De Wijn, H W, Buschow, KH J, Phys Stat Sol, 29, 189 (1968)
- Niculescu, V, Pop, I, Rosenberg, M, Phys Letters, 34 A, 265 (1971).
- Ruderman, M A, Kittel, C, Phys Rev, 96, 99 (1954)
- Kasuya, T, Progr Theor Phys (Kyoto), 16, 45 (1956)
- Yosida, K, Phys Rev, 106, 893 (1957).

10. Niculescu, V., Pop, I., Rosenberg, M., Studia Univ Babeş-Bolyai, ser Phys, f. 2, 59 (1971)
11. Niculescu, V., Pop, I., Rosenberg, M., Phys Stat. Sol. (b), 53, 701 (1972).
12. Niculescu, V., Pop, I., Rosenberg, M., Revue Roum. de Physique, 16, 1145 (1971).
13. Niculescu, V., Pop, I., Rosenberg, M., J Phys and Chem Solids, (sub tipar)
14. Niculescu, V., Pop, I., Rosenberg, M., Acta Phys Polonica, A43, № 1 (1973)
15. Gardner, W E., Penfold, J., Phil. Mag, 11, 549 (1965)

К ИЗУЧЕНИЮ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ ПСЕВДОБИНАРНЫХ ИНТЕРМЕ-  
ТАЛЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ  $Ce_{1-x}R_xAl_3$

(Резюме)

В статье оценены все виды диа- и парамагнитного вклада в не зависящую от температуры восприимчивость  $\chi_0$ , добавленную к зависящему от температуры парамагнетизму типа Ланжевэн для псевдобинарных соединений  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  ( $R = Gd, Er, Tb$ ). Авторы определили парамагнитную восприимчивость типа Паули  $\chi_p$ , орбитальную восприимчивость, данную электронами p и d из полосы проводимости  $\chi_{орбит}^{p,d}$  диамагнитную восприимчивость заполненных электронных оболочек  $\chi_{диа}$  и восприимчивость типа Ландау электронов проводимости  $\chi_L$ . Установлена связь между восприимчивостью Паули в аппроксимации свободных электронов и восприимчивостью электронов проводимости из псевдобинарных соединений посредством усилительного фактора  $f$  плотности состояний на уровне Ферми, причём соответствие между вычисленными значениями и экспериментальными результатами для  $\chi_0$  довольно хорошее

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DES COMPOSÉS  
INTERMÉTALLIQUES PSEUDOBINAIRES  $Ce_{1-x}R_xAl_3$

(Résumé)

On a évalué dans la présente étude toutes les contributions dia et paramagnétiques à la susceptibilité indépendante de la température  $\chi_0$  affectée au paramagnétisme dépendant de température de type Langevin, pour les composés pseudobinaires  $Ce_{1-x}R_xAl_3$  ( $R = Gd, Er, Tb$ ). C'est ainsi qu'on a déterminé la susceptibilité paramagnétique de type Pauli  $\chi_p$ , orbitale, donnée par les électrons p et d de la bande de conduction  $\chi_{orb}^{p,d}$  la susceptibilité diamagnétique des couches électroniques complètes  $\chi_{dia}$ , enfin celle de type Landau des électrons de conduction  $\chi_L$ . On a établi une relation entre la susceptibilité Pauli dans l'approximation d'électrons libres et celle des électrons de conduction des composés pseudobinaires, par l'intermédiaire d'un facteur d'amplification  $f$  de la densité d'états au niveau Fermi, la concordance entre les valeurs ainsi calculées et les résultats expérimentaux pour  $\chi_0$  étant assez bonne



# APPLICATION OF THE PERTURBATION THEORY TO CALCULATING THE SHEAR AND BULK VISCOSITY TRANSPORT COEFFICIENTS IN A MODERATELY DENSE FLUID

SPERANȚA COLDEA

**1. Introduction.** The results obtained in the thermodynamics perturbation theory have only recently been used in treating transport properties. O. W a t t s [1] has recently given a new form for the perturbation theory of the transport coefficients, which allows getting an expansion for the self-diffusion coefficient. The Watts' perturbation theory can be applied in order to obtain similar expansions for the other transport coefficients. Here we perform the expansion of the shear and bulk viscosity of a moderately dense fluid, by using Watts' perturbation theory.

The perturbation theory, which will be used for the calculation of viscosity coefficients, is briefly presented in this article. An expansion in terms of  $\alpha$  ( $\alpha$  from the perturbation theory) of the shear viscosity, bulk viscosity respectively is obtained, it containing three terms, subsequently developed into other 18 terms.

**2. The Expansion of the Viscosity Coefficients.** Let us consider a moderately dense fluid as a system of  $N$  molecules, closed in a spherical volume  $V$ .

Generally a transport coefficient  $G$  may be expressed as a Green-Kubo's autocorrelation formula [2]—[3]:

$$G = \frac{1}{A \hbar T} \int_0^{\infty} dt \langle J(0) J(t) \rangle \quad (1)$$

where  $A$  is a constant;  $\langle J(0) J(t) \rangle$  represents the autocorrelation function of the corresponding microscopical flows. Let us adopt the notation of [1], where the operator  $-iL_0 = H_0$ . In the case of shear and bulk viscosity the autocorrelation formulas are the same type as (1) [4]—[7]:

$$\eta = \frac{1}{10 V k T} \int_0^{\infty} dt \langle J_{\eta}^{xy}(0) J_{\eta}^{xy}(t) \rangle \quad (2)$$

$$\zeta = \frac{1}{V k T} \int_0^{\infty} dt \langle J_{\eta}^{xx}(0) J_{\eta}^{xx}(t) \rangle \quad (3)$$

where  $J_{\eta}^{xx}(0)$  and  $J_{\eta}^{xy}(0)$  are the diagonal and nondiagonal components of the stress tensor  $J_{\eta}(0)$  (at initial time  $t = 0$ ). The stress tensor at a moment  $t$ ,  $J_{\eta}(t)$ , is given by [4]:

$$J_{\eta}(t) = \exp(tH_0) J_{\eta}(0) \quad (4)$$

where  $\exp(tH_0)$  is the time displacement operator and  $H_0$  is Hamilton's operator of the considered system:

$$H_0 = - \sum_{j=1}^N \left( \frac{\vec{p}_j}{m} \cdot \nabla_{\vec{r}_j}(0) + \vec{F}_j(0) \cdot \nabla_{\vec{p}_j}(0) \right) \quad (5)$$

$\vec{r}_j(0)$ ,  $\vec{p}_j(0)$  and  $\vec{F}_j(0)$  represent the position, the momentum of the particle  $j$  and the force acting on particle  $j$  respectively (at  $t = 0$ ). To obtain the viscosity expansion by using the formulas (2)–(3), let us apply the perturbation method to time displacement operator and to canonical distribution function  $f^N(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N)$ . The distribution function is necessary in order to evaluate the autocorrelation function  $\langle J(0) J(t) \rangle$ :

$$\langle J(0) J(t) \rangle = \int f^N(\vec{r}_1, \dots, \vec{p}_N) J(0) J(t) d\vec{r}_1 \dots d\vec{p}_N \quad (6)$$

where the canonical distribution function is:

$$f^N(\vec{r}_1, \dots, \vec{p}_N) = \frac{1}{Z_N} e^{-\beta H} \quad (7)$$

$Z_N$  is the partition function,  $\beta = 1/kT$  and  $H$  is the Hamiltonian of the system:

$$H = \sum_{j=1}^N \frac{\vec{p}_j^2}{2m} + U(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) \quad (8)$$

The Watts' perturbation theory is used in the viscosity formulas (2)–(3) by assuming that the potential energy of the considered system is of the following form:

$$U(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N) = U^R + \alpha U^P \quad (9)$$

Here  $U^P$  is the perturbatif term and  $U^R$  is the potential energy of the nonperturbed system (for  $\alpha = 0$ ). Using the relation (9), we have:

$$\vec{F}_j = - \nabla_{\vec{r}_j} U = \vec{F}_j^R + \alpha \vec{F}_j^P \quad (10)$$

where the forces  $\vec{F}_j^R$  and  $\vec{F}_j^P$  are:  $\vec{F}_j^R = -\nabla_{\vec{r}_j} U^R$ ;  $\vec{F}_j^P = -\nabla_{\vec{r}_j} U^P$ . The Hamilton's operator will be written in the following form:

$$H_0 = H_0^R + \alpha H_0^P \quad (11a)$$

where:

$$H_0^R = -\sum_{j=1}^N \vec{p}_j(0) \nabla_{\vec{r}_j(0)} + \vec{F}_j^R(0) \nabla_{\vec{p}_j(0)} \quad (11b)$$

and

$$H_0^P = -\sum_{j=1}^N \vec{F}_j^P(0) \nabla_{\vec{p}_j(0)} \quad (11c)$$

Putting (11) in the operator  $\exp(tH_0)$  and using the Baker-Hausdorff's formula [8]–[9] one obtains:

$$e^{tH_0} = e^{t(H_0^R + \alpha H_0^P)} \neq e^{tH_0^R} (1 + \alpha t H_0^P) \quad (12)$$

because  $H_0^R$  and  $H_0^P$  do not commute (it is easy to verify that:  $[H_0^R, H_0^P] \neq 0$ ). In contrast with the Watts' perturbation theory [1], we write the operator  $\exp(tH_0)$  by using the Feynman's perturbation formula [10], as follows:

$$e^{tH_0} = e^{tH_0^R} + \alpha \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-(t-t')H_0} + 0(\alpha^2) \quad (13a)$$

Substituting the relation (11) in the operator  $\exp(-(t' - t)H_0)$ , we may use the following approximation:

$$e^{tH_0} \cong e^{tH_0^R} + \alpha \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-(t-t')H_0^R} \quad (13b)$$

In the autocorrelation formulas (2)–(3) the stress tensor  $J_\eta(0)$  of the considered fluid, is of the type:

$$J_\eta(0) = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^s(0)}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^N \sum_{i \neq j}^N \vec{F}_{ij}(0) \vec{r}_{ij}(0) \quad (14a)$$

where  $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$  is the distance between the molecules  $i$  and  $j$ .

We give only the evaluation of the coefficient  $\eta$ . The bulk viscosity  $\zeta$  can be evaluated in the same way.

The nondiagonal components of the stress tensor (14a) are of the type:

$$J_\eta^{xy}(0) = \sum_{i=1}^N \frac{p_{ix}(0) p_{iy}(0)}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^N \sum_{i \neq j}^N F_{ij}^x(0) r_{ij}^y(0) \quad (14b)$$

The shear viscosity expression becomes:

$$\eta = \frac{1}{10V k T} \int_0^{\infty} dt \langle J_{\eta}^{xy}(0) e^{tH_0} J_{\eta}^{xy}(0) \rangle = \quad (15a)$$

$$= \frac{1}{10V k T} \int_0^{\infty} dt \left\langle J_{\eta}^{xy}(0) \left[ e^{tH_0^R} + \alpha \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-(t-t')H_0^R} \right] J_{\eta}^{xy}(0) \right\rangle =$$

$$= \frac{1}{10V k T} \int_0^{\infty} dt \langle J_{\eta}^{xy}(0) e^{tH_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) \rangle + \quad (15b)$$

$$+ \frac{\alpha}{10V k T} \int_0^{\infty} dt \left\langle J_{\eta}^{xy}(0) \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-(t-t')H_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) \right\rangle \quad (15c)$$

In the evaluation of (15c) let us assume that the perturbation method is applied to canonical distribution function [1]:

$$f^N(\vec{r}_1, \dots, \vec{p}_N) = \frac{1}{Z_N} e^{-\beta H} = f_N^R [1 - \alpha \beta (U^P - \langle U^P \rangle_R)] \quad (16)$$

where:

$$f_N^R = \frac{1}{Z_N} e^{-\beta H^R}$$

and  $\langle U^P \rangle_R$  means an average over an equilibrium ensemble of the unperturbed system:

$$\langle U^P \rangle_R = \int d\vec{r}_1 \dots d\vec{p}_N U^P f_N^R \quad (17)$$

Then we obtain:

$$\langle J_{\eta}^{xy}(0) e^{tH_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) \rangle = \int d\vec{r}_1 \dots d\vec{p}_N J_{\eta}^{xy}(0) e^{tH_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) f_N^R = \quad (18a)$$

$$= \langle J_{\eta}^{xy}(0) e^{tH_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) \rangle_R - \alpha \beta \langle J_{\eta}^{xy}(0) e^{tH_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) (U^P - \langle U^P \rangle_R) \rangle_R \quad (18b)$$

and

$$\left\langle J_{\eta}^{xy}(0) \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-(t-t')H_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) \right\rangle =$$

$$= \left\langle J_{\eta}^{xy}(0) \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-(t-t')H_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) \right\rangle_R \quad (19)$$



We retain only the terms of order  $\alpha$ , ignoring the terms  $O(\alpha^2)$ , which appear in these calculations. Finally the shear viscosity coefficient presents the following expansion :

$$\eta = \frac{1}{10VkT} \int_0^{\infty} dt [\eta_{00}(t) + \eta_{01}(t) + \eta_{10}(t)] \quad (20)$$

where :

$$\eta_{00}(t) = \langle J_{\eta}^{xy}(0) e^{iH_0^R t} J_{\eta}^{xy}(0) \rangle_R \quad (21a)$$

$$\eta_{01}(t) = -\alpha\beta \langle J_{\eta}^{xy}(0) e^{iH_0^R t} J_{\eta}^{xy}(0) (U^P - \langle U^P \rangle_R) \rangle_R \quad (21b)$$

$$\eta_{10}(t) = \alpha \left\langle J_{\eta}^{xy}(0) \int_0^t dt' e^{iH_0^R t'} H_0^P e^{-i(t-t')H_0^R} J_{\eta}^{xy}(0) \right\rangle_R \quad (21c)$$

The terms  $\eta_{00}(t)$ ,  $\eta_{01}(t)$  and  $\eta_{10}(t)$  can be developed by putting the stress tensor  $J_{\eta}^{xy}(0)$  in the correlation formulas (21) :

$$\begin{aligned} \eta_{00}(t) = & \frac{1}{4m^2} \left\langle \sum_{i=1}^N \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}(0) [\dot{p}_{ix}^R(t) \dot{p}_{iy}(0) + \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}^R(t)] \right\rangle_R + \\ & + \frac{1}{4m} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \sum_{j \neq i} F_{ij}^x(0) r_{ij}^y(0) [\dot{p}_{ix}^R(t) \dot{p}_{iy}(0) + \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}^R(t)] \right\rangle_R + \\ & + \frac{1}{4m} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \sum_{j \neq i} \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}(0) [F_{ij}^{xR}(t) r_{ij}^y(0) + F_{ij}^x(0) r_{ij}^{yR}(t)] \right\rangle_R + \\ & + \frac{1}{4} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \sum_{j \neq i} F_{ij}^x(0) r_{ij}^y(0) [F_{ij}^{xR}(t) r_{ij}^y(0) + F_{ij}^x(0) r_{ij}^{yR}(t)] \right\rangle_R \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{01}(t) = & -\frac{\alpha\beta}{4m^2} \left\langle \sum_{i=1}^N \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}(0) [\dot{p}_{ix}^R(t) \dot{p}_{iy}(0) + \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}^R(t)] (U - \langle U^P \rangle_R) \right\rangle_R - \\ & - \frac{\alpha\beta}{4m} \left\langle \sum_{i \neq j}^N \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}(0) [F_{ij}^{xR}(t) r_{ij}^y(0) + F_{ij}^x(0) r_{ij}^{yR}(t)] (U - \langle U^P \rangle_R) \right\rangle_R - \\ & - \frac{\alpha\beta}{4m} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \sum_{j \neq i} F_{ij}^x(0) r_{ij}^y(0) [\dot{p}_{ix}^R(t) \dot{p}_{iy}(0) + \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}^R(t)] (U - \langle U^P \rangle_R) \right\rangle_R - \\ & - \frac{\alpha\beta}{4} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \sum_{j \neq i} F_{ij}^x(0) r_{ij}^y(0) [F_{ij}^{xR}(t) r_{ij}^y(0) + F_{ij}^x(0) r_{ij}^{yR}(t)] (U - \langle U^P \rangle_R) \right\rangle_R \end{aligned}$$

where :

$$\dot{p}_{ix}^R(t) = e^{tH_0^R} \dot{p}_{ix}^R(0); \quad \dot{p}_{iy}^R(t) = e^{tH_0^R} \dot{p}_{iy}^R(0)$$

$$F_y^{xR}(t) = e^{tH_0^R} F_y^x(0)$$

$$r_y^{yR}(t) = e^{tH_0^R} r_y^y(0)$$

$$\begin{aligned} \eta_{10}(t) = & \frac{\alpha}{4m^4} \left\langle \sum_{i=1}^N \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}(0) \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-t'H_0^R} [\dot{p}_{ix}^R(t) \dot{p}_{iy}(0) + \right. & (23) \\ & \left. \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}^R(t)] \right\rangle_R + \frac{\alpha}{4m} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \sum F_y^x(0) r_y^y(0) \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-t'H_0^R} [\dot{p}_{ix}^R(t) \dot{p}_{iy}(0) + \right. \\ & \left. + \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}^R(t)] \right\rangle_R + \\ & + \frac{\alpha}{4m} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \dot{p}_{ix}(0) \dot{p}_{iy}(0) \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-t'H_0^R} [F_y^{xR}(t) r_y^y(0) + \right. \\ & \left. + F_y^x(0) r_y^{yR}(t)] \right\rangle_R + \\ & + \frac{\alpha}{4} \left\langle \sum_{j \neq i}^N \sum F_y^x(0) r_y^y(0) \int_0^t dt' e^{t'H_0^R} H_0^P e^{-t'H_0^R} [F_y^{xR}(t) r_y^y(0) + F_y^x(0) r_y^{yR}(t)] \right\rangle_R & (24) \end{aligned}$$

The expansion (20) of  $\eta$ , together with the substitution of the expressions (22)–(24), finally yield 18 terms. As a consequence of this calculation one can see that the form of the shear viscosity expansion is analogous to the expansion of the self-diffusion coefficient [1]. In some particular cases, when we know the intermolecular force  $\vec{F}_y$ , for certain models of fluid, this form of the terms (22)–(24) should be reduced to a form amenable to a facile calculation of the viscosity coefficients from molecular dynamics data (the molecular dynamics method).

Using the same perturbation method one obtains the following expansion of the bulk viscosity  $\zeta$ , which is of the same form as  $\eta$  :

$$\zeta = \frac{1}{V k T} \int_0^\infty dt [\zeta_{00}(t) + \zeta_{01}(t) + \zeta_{10}(t)] \quad (25)$$

where :

$$\zeta_{00}(t) = \left\langle J_{\eta}^{xx}(0) e^{iH_0^R} J_{\eta}^{xx}(0) \right\rangle_R \quad (26)$$

$$\zeta_{01}(t) = -\alpha\beta \left\langle J_{\eta}^{xx}(0) e^{iH_0^R} J_{\eta}^{xx}(0) (U - \langle U^P \rangle_R) \right\rangle_R \quad (27)$$

$$\zeta_{10}(t) = \alpha \left\langle J_{\eta}^{xx}(0) \int_0^t dt' e^{iH_0^R} H_0^P e^{-i(t-t')H_0^R} J_{\eta}^{xx}(0) \right\rangle_R \quad (28)$$

Like in the case of shear viscosity, these three terms can be developed into other 18 terms.

The results obtained can be easily extended when calculating the heat conductivity expansion formula.

(Received February 7, 1972)

#### REFERENCES

1. O Watts, Mol. Phys, **20**, 4 (1971), 765
2. M. S Green, J Chem. Phys, **20** (1952, 1281, **22** (1954), 398
3. R Kubo, J Phys Soc Japan, **12** (1957), 570
4. J R Dorfman, E G. D. Cohen and M H Ernst, Physica, **31** (1965), 493
5. K Kawasaki and I. Oppenheim, Phys Rev, **136A** (1964), 1519; **139A** (1965), 649
6. B J Alder, M D Gass and T Wainwright, J. Chem Phys, **53**, 10 (1970), 3813
7. S. Coldea, Rev. Roum. Phys, **17**, 3 (1972) 327
8. H. F. Baker, Proc London Mathem. Soc, **2** (1904), 293, **3** (1904), 24, F. Hausdorff, Ber Verhandl. sachs. Akad. Wiss. Leipzig, Math-naturwiss, **58** (1906), 19
9. G. H. Wiess and A. A. Maradudin, J Math. Phys, **3**, 4 (1962), 171.
10. R. Feynman, Phys Rev., **76** (1949), 749

#### APLICAREA TEORIEI PERTURBAȚIEI LA CALCULUL COEFICIENȚILOR DE VISCOSITATE LAMINARĂ ȘI DE VOLUM A UNUI FLUID MODERAT DENS

(Rezumat)

Se efectuează în această lucrare o anumită dezvoltare pentru viscozitatea laminară și de volum, folosind o nouă formă a teoriei perturbațiilor pentru coeficientul de transport, dată de Watts Pentru a obține formula dezvoltării coeficienților de viscozitate se utilizează metoda funcțiilor de autocorelare dată de Green-Kubo

#### ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПЕРТУРБАЦИИ К ВЫЧИСЛЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЛАМИНАРНОЙ И ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТИ ПЛОТНОЙ УМЕРЕННОЙ ЖИДКОСТИ

(Резюме)

Автор произвёл определённое развитие для ламинарной и объёмной вязкости, используя новую форму теории пертурбаций для коэффициентов транспорта, данную Ваттсом. Для получения формулы развития коэффициентов вязкости применяется метод автокорреляционных функций, данный Грин-Кубо.

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header.

Handwritten text in the upper middle section of the page.

Handwritten text in the middle section of the page.

Handwritten text in the lower middle section of the page.

Handwritten text at the bottom of the page.

# ON THE ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF ANISOTROPIC SEMI-CONDUCTORS

N. RĂDULESCU D. and P. I. TĂTARU-MIHAI

1. It is well-known that if a saturation stress is applied on a degenerately doped semiconductor (e.g.n.-type Germanium) then the conduction electrons will move to the lowest conduction band and only this valley will be occupied at  $T = 0^\circ\text{K}$ .

Therefore, the saturation-stressed degenerately doped semiconductor will display anisotropy in the resistivity. This anisotropy has been observed experimentally by Katz [1] and in the last few years a revival of interest could be noticed in the study of transport properties of anisotropic semiconductors [2], [3].

In the papers [2, 3] the Brooks-Herring [4] scattering theory has been utilised deriving upper and lower bounds to the transverse resistivity of a saturation — stressed degenerately doped semiconductor. In this respect scattering rates that over/under — estimate the actual scattering rate have been employed.

The purpose of this paper is to study the same problem using a different approach.

2. Let us consider a saturation-stressed degenerately doped semiconductor for which the constant-energy surfaces are ellipsoids with  $Ox$  as principal symmetry axis, i.e.

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_{\parallel}} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_{\perp}} (k_y^2 + k_z^2) \quad (1)$$

If one performs a change of variables

$$k_x = \left(\frac{2m_{\parallel} E}{\hbar^2}\right)^{1/2} \cdot x, \quad k_y = \left(\frac{2m_{\perp} E}{\hbar^2}\right)^{1/2} \cdot y, \quad k_z = \left(\frac{2m_{\perp} E}{\hbar^2}\right)^{1/2} \cdot z \quad (2)$$

then the constant energy surfaces become spheres of radius unity. The dispersion law can be written now as

$$E = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}}{2m_{\parallel}} \quad (3)$$

Let us calculate the distance between two points  $P(x, y, z)$  and  $P'(x', y', z')$ . One obtains

$$d = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{1/2} = \left(\frac{\hbar^2}{2m_{\parallel}}\right)^{1/2} \cdot \{(a_x - a_x')^2 + K_m^{-1}[(a_y - a_y')^2 + (a_z - a_z')^2]\}^{1/2} \quad (4)$$

where

$$a_x = k_x/E^{1/2}, \text{ etc.} \quad (5)$$

and

$$K_m^{-1} = m_{\perp}/m_{\parallel} \quad (6)$$

Taking into account this result as well as the Fermi-Thomas screening we shall define the following "distance"

$$D = \{(x - x')^2 + K_m^{-1}[(y - y')^2 + (z - z')^2] + \beta\}^{1/2} \quad (7)$$

where

$$\beta = q^2/k_{\parallel}^2 \quad (8)$$

and  $q$  is the Fermi-Thomas inverse screening length.

As both  $P$  and  $P'$  lie on a sphere of radius unity we may write

$$D(x, x', \theta) = \{(x - x')^2 + K_m^{-1}[(1 - x^2) + (1 - x'^2) - 2(1 - x^2)^{1/2}(1 - x'^2)^{1/2} \cos \theta] + \beta\}^{1/2} \quad (9)$$

With these results at hand we shall proceed now to derive upper and lower bounds on the transverse resistivity of the degenerately doped saturation stressed semiconductor. (i.e. the semiconductor resistivity when an electric field  $\vec{\mathcal{E}}$  is applied in the transverse direction,  $\vec{\mathcal{E}} \parallel Oy$ ).

Firstly, let us remember the method used in [2] to derive upper and lower bounds to the transverse resistivity. If one linearizes the distribution function as follows

$$f(\vec{k}') = f_0(E) + \Phi(\vec{k}') \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \quad (10)$$

then the corresponding Boltzmann's equation is

$$e\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{v}(\vec{k}) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} [\Phi(\vec{k}) - \Phi(\vec{k}')] S(\vec{k}, \vec{k}') \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \quad (11)$$

where  $S(\vec{k}, \vec{k}')$  is the collision term given by the Brooks-Herring theory. One writes the transverse resistivity in terms of the scattering rate and one derives over/under estimates to the actual scattering rate. Thus one obtains upper and lower bounds to the transverse resistivity.

Our approach consists in the following. Taking into consideration that

$$d\vec{k} = \frac{dSdE}{\Delta_{\vec{k}}E} = \frac{m_{\perp}}{\hbar^3} \left( \frac{2m_{\parallel}E}{\hbar^2} \right)^{1/2} dx d\theta dE \quad (12)$$

then at  $T = 0^{\circ}\text{K}$  the resistivity is (to derive this formula see the general relation in [5])

$$\rho = \frac{2m_{\perp}e^2}{n\pi\hbar^2\hbar^3} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (x - x')^2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{D^4(x, x', \theta)} \frac{d\theta}{2\pi} dx dx'. \quad (13)$$

Now we shall derive over (under)-estimates to the "distance"  $D$ . Using (9) one obtains

$$D_0(x, x', \theta) = \{(x - x')^2 + K_m^{-1}[(1 - x^2) + (-1 - x'^2) + 2(1 - x^2)^{1/2}(1 - x'^2)^{1/2}/\cos \theta] + \beta\}^{1/2} \quad (14)$$

and

$$D_u(x, x', \theta) = \{(x - x')^2 + K_m^{-1}[(1 - x^2) + (1 - x'^2) - 2(1 - x^2)^{1/2}(1 - x'^2)^{1/2}/\cos \theta] + \beta\}^{1/2} \quad (15)$$

With these results one can write

$$\rho_0 = \frac{2m_{\perp}^2 e^2}{n\pi\hbar^2\hbar^3} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (x - x')^2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{D_u^4(x, x', \theta)} \frac{d\theta}{2\pi} dx dx' \quad (16)$$

$$\rho_u = \frac{2m_{\perp}^2 e^2}{n\pi\hbar^2\hbar^3} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} (x - x')^2 \int_0^{2\pi} \frac{1}{D_0^4(x, x', \theta)} \frac{d\theta}{2\pi} dx \cdot dx' \quad (17)$$

Our final result is

$$\rho_u \leq \rho \leq \rho_0 \quad (18)$$

In this manner we derived upper and lower bounds to the transverse resistivity of a degenerately doped saturationstressed semiconductor using a "geometrical" approach. To conclude we mention that these bounds are not complementary. For a derivation of complementary (variational) bounds for the resistivity of a degenerately doped saturation stressed  $T = 0^{\circ}\text{K}$  semiconductor see [6].

## REFERENCES

1. Katz, M. J., Phys Rev., **140**, A1 323 (1965)
2. Krieger, J. B., Meeks, T. and Esposito, E., Phys Rev, **B3** 1262 (1971).
3. Krieger, J. B., Meeks, T. and Esposito, E., Phys Rev, **B5**, 1499 (1972).
4. Brooks, H., Phys Rev., **83**, 879 (1951).
5. Ziman, J. M., *Electrons and Phonons*, Oxford Univ Press, London, 1960.
6. Codreanu, C. and Tătaru Mihai, P. I., Nuovo Cim Lett, **2**, 1101 (1971)

## ASUPRA CONDUCTIBILITĂȚII ELECTRICE ÎN SEMICONDUCTORI ANIZOTROPI

(Rezumat)

În prezenta lucrare se stabilesc margini superioare și inferioare pentru rezistivitatea transversală în cazul unui semiconductor degenerat dopat asupra căruia se aplică un stress la saturație ( $T = 0^\circ\text{K}$ ). Rezultatele sînt în concordanță cu cele obținute în literatură

## ОБ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ В АНИЗОТРОПНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

(Резюме)

Установлены верхние и нижние пределы для поперечного удельного сопротивления в случае выродившегося примесного полупроводника, на который налагается стресс при насыщении ( $T = 0^\circ\text{K}$ ). Результаты находятся в соответствии с полученными в литературе.



## INSTABILITATEA MARGINALĂ A UNDELOR ELECTROMAGNETICE TRANSVERSALE, ÎNTR-O PLASMĂ SLAB IONIZATĂ

MARIA CRISTEA

Problema stabilității undelor care se propagă într-o plasmă magnetoactivă a fost studiată intens în ultimii ani, atât teoretic cât și experimental [2] — [12]. Cauza instabilităților o constituie fie anizotropia temperaturii (sau presiunii), fie ciocnirile dintre particulele componente ale plasmei.

În lucrările [6], [8], [11] s-a considerat cazul unei plasme termic anizotropă, avînd o funcție de distribuție bimaxwelliană. O funcție de distribuție mai generală este utilizată în lucrarea [5]. În toate aceste lucrări au fost neglijate ciocnirile dintre particule, folosindu-se ecuația lui Vlasov liniarizată. S-a constatat că inegalitatea dintre temperatura longitudinală și cea transversală ( $T_{\parallel} \neq T_{\perp}$ ) conduce la instabilități în cazul propagării undelor paralel cu cîmpul magnetic extern. Dacă direcția de propagare a undelor este perpendiculară pe cîmpul magnetic, plasma este stabilă [2] — [4].

Influența ciocnirilor asupra apariției instabilităților a fost luată în considerare în lucrările [10] și [12], în care funcția de distribuție este reprezentată printr-o pătură sferică în spațiul vitezelor. S-a constatat că instabilitățile sînt legate de dependența de viteză a frecvenței ciocnirilor dintre particulele plasmei.

Stabilitatea unei plasme în echilibru poate fi cercetată prin considerarea unor perturbații infinitezimale care au loc în ea. Toate ecuațiile se liniarizează, perturbațiile putînd fi exprimate ca o suprapunere de unde plane necuplate, care variază ca  $\exp i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$ . Plasma este instabilă numai dacă în ea pot exista unde cu  $Im \omega > 0$ . Existența undelor în plasmă este exprimată prin ecuația de dispersie, care leagă frecvența circulară a undei,  $\omega$ , de vectorul de undă  $\vec{k}$ . Această ecuație se obține de obicei prin rezolvarea ecuației lui Vlasov sau a ecuației lui Boltzmann.

În această lucrare vom analiza problema instabilității marginale, generată de ciocniri, într-o plasmă magnetoactivă, parțial ionizată, luînd în considerare numai mișcarea electronilor. Ne vom referi la undele electro-

magnetice transversale, circular polarizate la dreapta, a căror direcție de propagare este paralelă cu câmpul magnetic exterior.

Considerăm o plasmă electronică, parțial ionizată, avînd o distribuție uniformă a sarcinilor pozitive, situată în câmpul magnetic  $\vec{B}_0$ . Presupunem că au loc ciocniri elastice frecvente între electroni și particulele neutre.

Ecuatiile de bază au forma următoare

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f - \frac{e}{m} \left( \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right) \frac{\partial f}{\partial v} = - \nu(v) f + \frac{1}{4\pi} \int \nu(v) f(\vec{v}') d\vec{v}' \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{j} = - e \int \vec{v} f d\vec{v} \quad (4)$$

Ecuatia (1) este ecuația lui Boltzmann, în care  $f$  este funcția de distribuție a electronilor,  $e$  și  $m$ , sarcina, respectiv masa unui electron,  $\vec{E}$  și  $\vec{B}$ , vectorii câmpului electric și magnetic.  $\vec{E}$  este produs de perturbația liniarizată, în timp ce  $\vec{B}$  este format din două părți: câmpul magnetic uniform  $\vec{B}_0$  și câmpul  $\vec{B}_1$  produs de curenții asociați cu perturbația. Membrul drept al ecuației (1) este termenul de ciocnire. Presupunem că frecvența ciocnirilor  $\nu(v)$  depinde numai de valoarea absolută a vitezei. Integrala din termenul de ciocnire arată cîți electroni (avînd vitezele egale în valoare absolută cu  $|\vec{v}|$ , dar diferite ca direcție) sînt împrăștiati în unitatea de timp în direcția  $\vec{v}$ . Integrala din (1) este extinsă asupra întregului unghi solid.

Ecuatiile (2) și (3) sînt ecuațiile lui Maxwell, iar ecuația (4) exprimă densitatea de curent electric prin funcția de distribuție.

Ecuatiile se liniarizează prin procedeul obișnuit, luînd pentru  $f$ ,  $\vec{B}$  și  $\vec{E}$ , expresiile

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_0(v) + f_1(\vec{v}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad (5)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad (6)$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \quad (7)$$

Presupunem că funcția de distribuție neperturbată  $f_0$  are un maxim pronunțat în vecinătatea unei valori  $V$ :

$$f_0(v) = \frac{N_0}{4\pi V^3} \delta(V - v) \quad (8)$$

$N_0$  fiind densitatea medie a numărului de electroni, iar  $\delta(V - v)$  funcția lui Dirac. Frecvența ciocnirilor, dependentă de viteză, îndeplinește condiția

$$\left( \frac{v}{v} \frac{dv}{dv} \right)_{v=V} = h \quad (9)$$

unde  $h$  este o mărime adimensională constantă.

Studiem numai unde care se propagă în direcția câmpului magnetic exterior și alegem direcția comună a vectorilor  $\vec{B}_0$  și  $\vec{k}$  drept axă Oz.

Introducând expresiile (5) — (7) în ecuația (1) și ținând seamă de precizările de mai sus, se găsesc ecuațiile de dispersie în urma unor calcule simple dar foarte laborioase, ale căror detalii pot fi găsite în lucrarea [12]. Se obțin următoarele ecuații de dispersie [10]:

$$\omega^2 + 4\pi i \omega \sigma_{zz} = 0 \quad (10)$$

$$\omega^2 - c^2 k^2 + 4\pi i \omega \sigma_{xx} + 4\pi \omega \sigma_{xy} = 0 \quad (11)$$

$$\omega^2 - c^2 k^2 + 4\pi i \omega \sigma_{xx} - 4\pi \omega \sigma_{xy} = 0 \quad (12)$$

unde  $\sigma_{ik}$  sînt componentele tensorului conductivității electrice; aceste componente se calculează folosind ecuația (4) și relația

$$j_i = \sigma_{ik} E_k.$$

Ecuația (10) reprezintă undele longitudinale, ecuația (11) — unde transversale circular polarizate la stînga, iar ecuația (12) — unde transversale circular polarizate la dreapta. În continuare studiem această ultimă categorie de unde.

Scrisă explicit, ecuația (12) are forma [12]:

$$\omega^2 - c^2 k^2 = \frac{\pi i \omega \omega_p^2}{N_0} \int \frac{v^2 \sin \theta \frac{df_0}{dv}}{v - i(\omega - \omega_c) + ikv \cos \theta} d\theta dv \quad (13)$$

$\omega_p$  și  $\omega_c$  fiind, respectiv, frecvența proprie a plasmei electronice și frecvența ciclotronică

$$\omega_p = \frac{4\pi N e^2}{m}, \quad \omega_c = \frac{eB_0}{mc}. \quad (14)$$

$\theta$  este unghiul polar în spațiul vitezelor.

Integrarea în raport cu  $\theta$  se efectuează imediat, cu ajutorul relației cunoscute [1]

$$\int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta d\theta}{p + q \cos \theta} = 2 \frac{p}{q^2} + \frac{1}{q} \left( 1 - \frac{p^2}{q^2} \right) \ln \frac{p+q}{p-q} \quad (15)$$

iar pentru integrarea în raport cu  $v$  se utilizează relațiile (8) și (9) și formula

$$\int_a^b F(x') \frac{\partial}{\partial x'} \delta(x - x') dx' = - \frac{\partial F(x)}{\partial x} \quad (a < x < b) \quad (16)$$

Se obține astfel

$$\omega^2 - c^2 k^2 = \frac{\omega \omega_p^2}{k^2 V^2} \left\{ i \hbar v - \frac{1}{2} \left( kV + i \frac{\hbar v}{\Delta} \right) \ln \frac{1 + \Delta}{1 - \Delta} \right\} \quad (17)$$

unde s-au introdus următoarele notații

$$\omega = \omega_r + i \omega_i, \quad \Omega = \omega_c - \omega_r, \quad \gamma = \omega_i + v, \quad \Delta = \frac{\hbar V}{\Omega - v\gamma} \quad (18)$$

Dacă se admite că  $|\Delta| < 1$ , adică

$$k^2 V^2 < \Omega^2 + \gamma^2 \quad (19)$$

se poate efectua dezvoltarea

$$\ln \frac{1 + \Delta}{1 - \Delta} = 2 \left( \Delta + \frac{1}{3} \Delta^3 + \frac{1}{5} \Delta^5 + \dots \right)$$

Se introduce această dezvoltare în (17), reținând numai primii doi termeni, și se separă partea reală și cea imaginară în expresia dintre acolade. Rezultă următoarea ecuație de dispersie

$$\begin{aligned} \omega^2 - c^2 k^2 = & \frac{\omega \omega_p^2}{\Omega^2 + \gamma^2} \left\{ \Omega \left[ 1 + \frac{1}{3} \frac{\hbar^2 V^2 (\Omega^2 - \gamma^2)}{(\Omega^2 + \gamma^2)^2} - \frac{1}{3} \frac{\hbar v \gamma}{\Omega^2 + \gamma^2} \right] - \right. \\ & \left. - \gamma \left[ \frac{2}{3} \frac{\hbar^2 V^2 \Omega \gamma^2}{(\Omega^2 + \gamma^2)^2} + \frac{1}{3} \frac{\hbar v \Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \right] \right\} \\ & - i \frac{\omega \omega_p^2}{\Omega^2 + \gamma^2} \left\{ \Omega \left[ \frac{2}{3} \frac{\hbar^2 v^2 \Omega \gamma^2}{(\Omega^2 + \gamma^2)^2} + \frac{1}{3} \frac{\hbar v \Omega}{\Omega^2 + \gamma^2} \right] + \gamma \left[ 1 + \frac{1}{3} \frac{\hbar^2 v^2 (\Omega^2 - \gamma^2)}{(\Omega^2 + \gamma^2)^2} - \frac{1}{3} \frac{\hbar v \gamma}{\Omega^2 + \gamma^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

Dacă  $Im\omega \equiv \omega_i < 0$ , undele se amortizează; dacă  $\omega_i > 0$ , perturbațiile se amplifică în timp (instabilități); aceste două domenii sînt separate prin valoarea  $\omega_i = 0$ , care corespunde instabilității marginale. Dacă  $\omega_i = 0$ , membrul stîng al ecuației (2) este real, deci și membrul drept trebuie să fie real. Egalînd cu zero partea imaginară și observînd că dacă  $\omega_i = 0$ , atunci  $\gamma = v$ , se poate obține valoarea critică (corespunzătoare instabilității marginale) a numărului de unde

$$k_c^2 V^2 = \frac{1}{v^2 - 3\Omega^2} [\Omega^4 (h + 3) - v^4 (h - 3) + 6\Omega^2 v^2] \quad (21)$$

Dacă numărul de unde  $k$  este cuprins în intervalul  $0 < k < k_c$ , undele se amplifică (instabilitate); pentru  $k > k_c$ , undele se amortizează.

Deoarece numărul  $k_c$  este o mărime reală, din (21) rezultă o îngrădire a valorilor permise pentru constanta  $h$ . Dacă  $v^2 > 3\Omega^2$  cantitatea din paranteza dreaptă trebuie să fie pozitivă sau nulă și din această condiție rezultă

$$h \leq 3 \frac{v^2 + \Omega^2}{v^2 - \Omega^2} \quad (22)$$

Pe de altă parte, numărul  $k_c$  trebuie să satisfacă și condiția (19), de unde decurge inegalitatea

$$h > 2 \frac{v^2 + 3\Omega^2}{v^2 - \Omega^2}. \quad (23)$$

Se verifică ușor că relațiile (22) și (23) sînt compatibile dacă  $v^2 > 3\Omega^2$ .

Dacă  $\Omega^2 < v^2 < 3\Omega^2$ , constanta  $h$  este limitată inferior prin inegalitatea

$$h \geq 3 \frac{v^2 + \Omega^2}{v^2 - \Omega^2} \quad (24)$$

iar din condiția (19) rezultă

$$h < 2 \frac{v^2 + 3\Omega^2}{v^2 - \Omega^2} \quad (25)$$

Cazul  $v^2 < \Omega^2$  implică condiția  $h < 0$ , care nu este plauzibilă, întrucît ar însemna că frecvența ciocnirilor scade cu creșterea vitezei.

Din inegalitățile (22) și (25) rezultă

$$\Omega^2 \geq \frac{h-3}{h+3} v^2, \quad (a); \quad \Omega^2 > \frac{h-2}{h+6} v^2, \quad (b) \quad (26)$$

Pe baza relației (26a) se poate afirma că este posibilă o instabilitate marginală în vecinătatea rezonanței electrono-ciclotronice (unde  $\omega = \omega_c$  deci  $\Omega = 0$ ), numai dacă  $h = 3$ . Din (26b) rezultă că în cazul  $3\Omega^2 > v^2$  nu este posibil ca instabilitatea marginală să se situeze în vecinătatea rezonanței electrono-ciclotronice ( $\Omega = 0$  ar implica  $v = 0$ ).

Partea reală a frecvenței,  $\omega_r$ , corespunzătoare instabilității marginale, poate fi determinată prin rezolvarea ecuației (20). Introducînd în această ecuație valoarea  $h = h_c$  dată de formula (21), ținînd seamă că partea imaginară este nulă și neglijiînd termenii proporționali cu  $V^2/c^2$ , se obține

$$(h+3)\Omega^4 + 6v^2\Omega^2 - (h-3)v^4 = 0 \quad (27)$$

Această ecuație are rădăcinile

$$\Omega^2 = \frac{1}{2(h+3)} (-6v^2 \pm 2hv^2) \quad (28)$$

Se observă imediat că nu este acceptabil decît semnul superior, în caz contrar  $\Omega^2 < 0$ . Luînd semnul plus în (28) se obține

$$\Omega^2 = \frac{h-3}{h+3} v^2 \quad (29)$$

Pentru a avea  $\Omega^2 \geq 0$  este necesar ca  $h \geq 3$ , condiție mai restrictivă decât (23). Se poate deci scrie

$$3 \leq h \leq 3 \frac{v^2 + \Omega^2}{v^2 - \Omega^2} \quad (30)$$

De asemenea, pentru cazul  $\Omega^2 < v^2 < 3\Omega^2$ , din (24) se vede imediat că valoarea minimă a constantei  $h$  este  $h = 3$ .

Din relația (29) rezultă

$$\omega_r = \omega_c \pm \sqrt{\frac{h-3}{h+3}} v \quad (31)$$

Acest rezultat constituie numai o primă aproximație și, după cum se poate verifica ușor, corespunde cazului  $k_c = 0$ . Pentru a obține o aproximație mai bună, se poate considera că  $\omega_r$  are forma

$$\omega_r = \omega_c \pm \sqrt{\frac{h-3}{h+3}} v + \frac{V}{c} \xi \quad (32)$$

( $\xi$  fiind o mărime ce urmează a fi determinată) și se introduce (32) în ecuația (20). Suprimînd termenii care conțin puteri superioare ale raportului  $V/c$ , se obține valoarea  $\xi$ , ca fiind proporțională cu  $c/V$ . Final, se găsește următoarea expresie a părții reale a frecvenței, corespunzătoare instabilității marginale

$$\omega_r = \omega_c \pm v \sqrt{\frac{h-3}{h+3}} \left[ 1 + \frac{1}{3(h-2)} (h \pm \sqrt{h^2 - 9}) \right] \quad (33)$$

În concluzie, pentru a fi posibilă existența unei instabilități marginale a undelor electromagnetice transversale circular polarizate la dreapta, este necesar ca numărul  $h$  să îndeplinească condițiile (30) sau (24), (25), după cum frecvența ciocnirilor  $v(V)$  este mai mare sau mai mică decât  $\sqrt{3}\Omega$ .

Dacă o astfel de instabilitate există, valoarea critică a numărului de unde este dată de relația (21), iar partea reală a frecvenței, de relația (33).

(Intră în redacție la 19 februarie 1972)

#### BIBLIOGRAFIE

1. Brodovițkii, K V, Dokl Akad Nauk SSSR, **120**, 1178, 1958.
2. Cuperman, S, Metzler, N, J. Plasma Phys, **6**, 541, 1971
3. Landau, R W, Cuperman, S, J Plasma Phys, **4**, 13, 1970
4. Landau, R W., Cuperman, S, J Plasma Phys, **6**, 495, 1971
5. Lee, K. F., J Plasma Phys, **6**, 449, 1971
6. Noerdlinger, P. D, Ann Phys, **22**, 12, 1963
7. Rosenbluth, M N, Post, R F, Phys Fluids, **8**, 547, 1965
8. Scharer, J E, Trivelpiece, A W, Phys Fluids, **10**, 591, 1967.

9. Schwartz, M, J., Lichtenberg, A J, Phys Fluids, 15, 470, 1972
10. Shimomura, N, Mitani, K, Tanaka, S, J Phys Soc. Japan, 21, 1372, 1966
11. Sudan, R N, Phys Fluids, 8, 153, 1965
12. Suzuki, K, J Phys Soc Japan, 22, 1454, 1967.

## КРАЕВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОПЕРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЛАБОИОНИЗИРОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

(Резюме)

Рассматривается электронная магнитоактивная плазма, в которой столкновения между электронами и нейтральными частицами являются значительными. Частота столкновений зависит от скорости электронов. Анализируются условия возникновения краевой неустойчивости для поперечных электромагнитных волн. Определяется критическое число волн и действительная часть частоты волн.

## L'INSTABILITÉ MARGINALE DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES TRANSVERSALES, DANS UN PLASMA FAIBLEMENT IONISÉ

(Résumé)

On considère un plasma électronique magnétoactif, dans lequel les chocs entre électrons et particules neutres sont importants. La fréquence des chocs dépend de la vitesse des électrons. On analyse les conditions d'apparition de l'instabilité marginale pour les ondes électromagnétiques transversales. On détermine le nombre critique d'ondes et la partie réelle de la fréquence des ondes.





SUR L'INSTABILITÉ MAGNÉTOGRAVITATIONNELLE D'UN  
 PLASMA QUI POSSÈDE UNE PRESSION ANISOTROPE, EN MOU-  
 VEMENT DE ROTATION UNIFORME ET SOUS L'INFLUENCE DU  
 COURANT HALL. L'ÉQUATION DE DISPERSION (I)

MIRCEA VASIU

1. *Introduction.* Dans le mémoire présent nous nous proposons de déduire l'équation de dispersion d'un plasma infini, homogène, compressible, visqueux, doué d'une conductivité électrique finie, et d'une pression anisotrope, en mouvement de rotation uniforme et en présence du courant Hall. Le plasma se trouve sous l'action d'un champ magnétique uniforme-axial et en même temps sous l'action de son propre champ gravifique. Pour simplifier le problème nous négligerons le processus de conductivité thermique et le processus de transfert de radiation. On suppose que dans l'état d'équilibre le plasma possède une vitesse nulle et qu'à l'intérieur du plasma le champ magnétique a une seule composante axiale-uniforme  $\vec{B}_0$  dirigée d'après l'axe Oz. Nous choisirons comme système de référence le système de coordonnées cartésiennes Ox $\bar{y}$ z.

Nous utilisons les résultats obtenus par Gliddon [1], Bhatia [2], Tandon, Talwar [3], Kalra, Talwar [4], Ariel [5] et par nous-même [6].

Nous parviendrons ainsi à une équation de dispersion plus générale que les équations de dispersion obtenues jusque-là (pour divers modèles de plasma).

2. *Equations fondamentales pour le plasma.* Dans les suppositions ci-dessus le système des équations magnétohydrodynamiques pour le modèle de plasma étudié s'écrit de la manière suivante

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla \vec{p} + \rho \nabla V + 2\rho \vec{v} \times \vec{\Omega} + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{v}) + \mu \Delta \vec{v} +$$

$$+ \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \nu_m \Delta \vec{B} - \frac{c}{4\pi Ne} \nabla \times [(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B}] + \frac{c^2}{4\pi\omega_p^2} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta \vec{B}) \quad (3)$$

$$\Delta V = -4\pi G \rho \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5)$$

Les variations de type adiabatique pour les grandeurs  $p_{\parallel}$  et  $p_{\perp}$  sont données par les équations [6]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{p_{\parallel} B^2}{\rho^2} \right) = 0; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{p_{\perp}}{\rho B} \right) = 0 \quad (6)$$

Les notations sont les suivantes:  $\vec{v}$  est le vecteur vitesse d'un élément du plasma,  $\rho$  est la densité du plasma,  $\vec{p} = p_{\perp} \vec{1} + (p_{\parallel} - p_{\perp}) \vec{n} \vec{n}$  est le tenseur de pression du plasma,  $p_{\parallel}$  est la pression le long de la direction du champ magnétique,  $p_{\perp}$  est la pression le long d'une direction perpendiculaire au champ magnétique,  $V$  est le potentiel gravifique du plasma,  $\vec{B}$  est le vecteur induction magnétique à l'intérieur du plasma,  $\vec{\Omega}$  est le vecteur vitesse angulaire de rotation uniforme,  $\nu_m$  est le coefficient de viscosité magnétique du plasma,  $\mu$  est le coefficient de viscosité dynamique du plasma,  $Ne$  est le nombre d'électrons en unité de volume,  $\omega_p$  est la fréquence propre du plasma,  $G$  est la constante gravitationnelle,  $\nabla$  est l'opérateur *nabla*,  $\Delta$  est l'opérateur de Laplace.

3. *État perturbé du plasma.* Supposons maintenant le plasma dans un état de perturbation peu différent de l'état d'équilibre qui est caractérisé par les grandeurs physiques constantes:  $\vec{v}_0 = 0$ ,  $\vec{\Omega}$ ,  $V_0$ ,  $\vec{B}_0$ ,  $p_{0\parallel}$ ,  $p_{0\perp}$ ,  $\rho_0$ . Les perturbations  $\vec{v}'$ ,  $V'$ ,  $\vec{B}'$ ,  $p'_{\parallel}$ ,  $p'_{\perp}$ ,  $\rho'$  peuvent être considérées comme petites. On suppose que les perturbations se propagent dans le plasma sous la forme d'ondes planes

$$\varphi'(\vec{r}, t) = \varphi'_0 e^{i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (7)$$

où  $\varphi'$  représente une grandeur physique quelconque,  $\omega$  est la pulsation,  $\vec{k}$  est le vecteur nombre d'onde,  $\vec{r}$  est le vecteur de position d'un point dans l'espace.

La substitution des perturbations dans les équations (1) – (6) nous conduit, en négligeant les carrés et les produits des perturbations, au système suivant d'équations

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} = -\nabla \vec{p}' + \rho_0 \nabla V' + 2\rho_0 \vec{v}' \times \vec{\Omega} + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0 + \frac{\mu}{3} \nabla (\nabla \cdot \vec{v}') + \mu \Delta \vec{v}' \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \cdot \vec{v}' \quad (9)$$

$$\frac{\partial \vec{B}'}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v}' \times \vec{B}_0) + v_m \Delta \vec{B}' - \frac{c}{4\pi N e} \nabla \times [(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0] + \frac{c^2}{4\pi \omega_p^2} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta \vec{B}') \quad (10)$$

$$\Delta V' = -4\pi G \rho' \quad (11)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}' = 0 \quad (12)$$

$$p'_{\parallel} = 3 \frac{p_{\parallel}}{\rho_0} \rho' - 2 \frac{p_{\parallel}}{B_0} B'_z \quad (13)$$

$$p'_{\perp} = \frac{p_{\perp}}{\rho_0} \rho' + \frac{p_{\perp}}{B_0} B'_z \quad (14)$$

En tenant compte de la relation entre le vecteur perturbation vitesse  $\vec{v}'$  et le vecteur de déplacement infinitésimal  $\vec{\xi}$

$$\vec{v}' = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} = \omega \vec{\xi} \quad (15)$$

des égalités suivantes (v. (30) et (34), [6])

$$\nabla \vec{p}' = i \vec{k}_{\perp} p'_{\perp} + (p_{\perp} - p_{\parallel}) k_z^2 \vec{\xi}_{\perp} + i k_z [i(p_{\parallel} - p_{\perp}) \vec{k} \cdot \vec{\xi}_{\perp} + p'_{\parallel}] \vec{n} \quad (16)$$

$$\nabla V' = \frac{4\pi G \rho_0}{k^2} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{\xi}) \quad (17)$$

et aussi des égalités vectorielles

$$(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0 = (\vec{B}_0 \cdot \nabla) \vec{B}' - B_0 \nabla B'_z \quad (18)$$

$$\nabla \times (\vec{\xi} \times \vec{B}_0) = (\vec{B}_0 \cdot \nabla) \vec{\xi} - \vec{B}_0 \nabla \cdot \vec{\xi} \quad (19)$$

$$\nabla \times [(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0] = i k_z B_0 (\nabla \times \vec{B}') \quad (20)$$

le système des équations (8) – (14) s'écrit sous la forme

$$\omega^2 \vec{\xi} = - \frac{1}{\rho_0} \nabla \vec{p}' + \frac{4\pi G \rho_0}{k^2} \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{\xi}) + 2\omega (\vec{\xi} \times \vec{\Omega}) + \frac{1}{4\pi \rho_0} [(\vec{B}_0 \cdot \nabla) \vec{B}' - B_0 \nabla B'_z] + \frac{v}{3} \omega \nabla (\nabla \cdot \vec{\xi}) + v \omega \Delta \vec{\xi} \quad (21)$$

$$\rho' = - \rho_0 \nabla \cdot \vec{\xi} \quad (22)$$

$$\vec{B}' = (\vec{B}_0 \cdot \nabla) \vec{\xi} - \vec{B}_0 \nabla \cdot \vec{\xi} + \frac{v_m}{\omega} \Delta \vec{B}' - \frac{c}{4\pi N e \omega} \nabla \times [(\nabla \times \vec{B}') \times \vec{B}_0] + \frac{c^2}{4\pi \omega_p^2} \Delta \vec{B}' \quad (23)$$

$$\Delta V' = 4\pi G \rho_0 \nabla \cdot \vec{\xi} \quad (24)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (25)$$

$$p'_{\parallel} = -3p_{\parallel} \nabla \cdot \vec{\xi} - \frac{2p_{\parallel}}{B_0} B' \quad (26)$$

$$p'_{\perp} = -p_{\perp} \nabla \cdot \vec{\xi} + \frac{p_{\perp}}{B_0} B'_z \quad (27)$$

Introduisons maintenant les notations suivantes

$$S^2 = \frac{p_{\parallel}}{\rho_0}, \quad S_{\perp}^2 = \frac{p_{\perp}}{\rho_0}, \quad V_A^2 = \frac{B^2}{4\pi\rho_0} \quad (28)$$

ou  $S_{\parallel}$  est la vitesse de son le long de la direction du champ magnétique,  $S_{\perp}$  est la vitesse de son le long d'une direction perpendiculaire au champ magnétique,  $V_A$  est la vitesse d'Alfvén, et

$$A_{x,y}^2 = \omega^2 + \nu\omega k^2 + (S_{\perp}^2 - S_{\parallel}^2)k_z^2 - \left(\frac{4\pi G\rho_0}{k^2} - S_{\perp}^2 - \frac{\nu}{3}\omega\right)k_{x,y}^2 \quad (29)$$

$$B^2 = \omega^2 + \nu\omega k^2 \quad (30)$$

$$C_{x,y}^2 = \left(\frac{4\pi G\rho_0}{k^2} - S_{\perp}^2 - \frac{\nu}{3}\omega\right)k_{x,y} \quad (31)$$

$$D^2 = \omega^2 + \nu\omega k^2 - \left(\frac{4\pi G\rho_0}{k^2} - 3S_{\parallel}^2 - \frac{\nu}{3}\omega\right)k_z^2 \quad (32)$$

$$E^2 = \left(\frac{4\pi G\rho_0}{k^2} - 3S_{\parallel}^2 - \frac{\nu}{3}\omega\right)k_x \quad (33)$$

$$F^2 = \omega + \nu_m k^2 + \frac{c^2\omega^2}{4\pi\omega_p^2} k^2 \quad (34)$$

$$G^2 = S_{\perp}^2 + V_A^2 \quad (35)$$

$$H^2 = 2\omega\Omega_y + (S_{\parallel}^2 - S_{\perp}^2)k_x k_z \quad (36)$$

$$I^2 = 2\omega\Omega_x - (S_{\parallel}^2 - S_{\perp}^2)k_y k_z \quad (37)$$

$$\alpha = \frac{cB_0}{4\pi N e} k \quad (38)$$

$$\gamma^2 = F^2 + \frac{\alpha^2 k_z^2}{F^2} \quad (39)$$

$$\delta^2 = \alpha k_y + \frac{\alpha^2 k_x k_y}{F^2} \quad (40)$$

$$\eta^2 = \alpha k_x - \frac{\alpha^2 k_y k_x}{F^2} \quad (41)$$

$$\beta_1^2 = \gamma^2 + \frac{\delta^2 \alpha k_y}{F^2} \tag{42}$$

$$\beta_2^2 = ik_x B_0 \omega - \frac{i \delta^2 B_0 \omega k_x}{F^2} \tag{43}$$

$$\beta_3^2 = \frac{ik_x^2 \alpha B_0 \omega}{F^2} + \frac{i \delta^2 B_0 \omega k_y}{F^2} \tag{44}$$

$$\beta_4^2 = \frac{\alpha \delta^2 k_x}{F^2} \tag{45}$$

$$\epsilon_1^2 = \gamma^2 + \frac{\eta^2 \alpha k_x}{F^2} \tag{46}$$

$$\epsilon_2^2 = ik_x B_0 \omega + \frac{i \eta^2 B_0 \omega k_y}{F^2} \tag{47}$$

$$\epsilon_3^2 = \frac{ik_x^2 \alpha B_0 \omega}{F^2} + \frac{i \eta^2 B_0 \omega k_x}{F^2} \tag{48}$$

$$\epsilon_4^2 = \frac{\alpha \eta^2 k_y}{F^2} \tag{49}$$

$$\Theta_1^2 = 1 + \frac{\beta_1^2}{\beta_1^2} \frac{\epsilon_4^2}{\epsilon_1^2} \tag{50}$$

$$\Theta_2^2 = \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2} + \frac{\beta_1^2}{\beta_1^2} \frac{\epsilon_3^2}{\epsilon_1^2} \tag{51}$$

$$\Theta_3^2 = \frac{\beta_3^2}{\beta_1^2} - \frac{\beta_4^2}{\beta_1^2} \frac{\epsilon_2^2}{\epsilon_1^2} \tag{52}$$

$$\Psi_1^2 = \frac{\Theta_1^2}{\Theta_1^2} \tag{53}$$

$$\Psi_2^2 = \frac{\Theta_2^2}{\Theta_1^2} \tag{54}$$

$$\Phi_1^2 = \frac{\epsilon_3^2}{\epsilon_1^2} + \frac{\epsilon_4^2}{\epsilon_1^2} \frac{\Theta_2^2}{\Theta_1^2} \tag{55}$$

$$\Phi_2^2 = \frac{\epsilon_3^2}{\epsilon_1^2} - \frac{\epsilon_1^2}{\epsilon_1^2} \frac{\Theta_3^2}{\Theta_1^2} \tag{56}$$

$$\Lambda_1^2 = \frac{i B_0 \omega k_x}{F^2} - \alpha k_x \Phi_1^2 + \alpha k_y \Psi_1^2 \tag{57}$$

$$\Lambda_2^2 = \frac{i B_0 \omega k_y}{F^2} - \alpha k_x \Phi_2^2 - \alpha k_y \Psi_2^2 \tag{58}$$

$$a_1^2 = A_x^2 - \frac{ik_x G^2 \Lambda_1^2}{B_0} - \frac{ik_x V_A^2 \Psi_1^2}{B_0} \quad (59)$$

$$a_2^2 = C_x^2 k_y + 2\omega \Omega_x + \frac{ik_x G^2 \Lambda_2^2}{B_0} - \frac{ik_x V_A^2 \Psi_2^2}{B_0} \quad (60)$$

$$a_3^2 = C_x^2 k_x - 2\omega \Omega_y \quad (61)$$

$$b_1^2 = C_y^2 k_x - 2\omega \Omega_x + \frac{ik_y G^2 \Lambda_1^2}{B_0} + \frac{ik_y V_A^2 \Phi_1^2}{B_0} \quad (62)$$

$$b_2^2 = A_y^2 - \frac{ik_y G^2 \Lambda_2^2}{B_0} - \frac{ik_y V_A^2 \Phi_2^2}{B_0} \quad (63)$$

$$b_3^2 = C_y^2 k_z + 2\omega \Omega_x \quad (64)$$

$$c_1^2 = H^2 + E^2 k_x - \frac{2ik_x S_{||}^2 \Lambda_1^2}{B_0} \quad (65)$$

$$c_2^2 = E^2 k_y - I^2 - \frac{2ik_x S_{||}^2 \Lambda_2^2}{B_0} \quad (66)$$

$$c_3^2 = D^2 \quad (67)$$

Remplaçons ces notations en système d'équations (21 – (27), et effectuons tous les calculs, nous obtiendrons le système suivant d'équations pour les grandeurs  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $\xi_z$ :

$$a_1^2 \xi_x - a_2^2 \xi_y - a_3^2 \xi_z = 0 \quad (68)$$

$$-b_1^2 \xi_x + b_2^2 \xi_y - b_3^2 \xi_z = 0 \quad (69)$$

$$-c_1^2 \xi_x - c_2^2 \xi_y + c_3^2 \xi_z = 0. \quad (70)$$

4. *L'équation de dispersion* L'équation de dispersion pour le modèle de plasma étudié s'obtient par l'annulation du déterminant formé par les coefficients des grandeurs  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $\xi_z$ . On obtient alors l'égalité

$$a_1^2(b_2^2 c_3^2 - b_3^2 c_2^2) - a_2^2(b_3^2 c_1^2 + b_1^2 c_3^2) - a_3^2(b_1^2 c_2^2 + b_2^2 c_1^2) = 0, \quad (71)$$

où les coefficients  $a_1^2$ ,  $a_2^2$ ,  $a_3^2$ ,  $b_1^2$ ,  $b_2^2$ ,  $b_3^2$ ,  $c_1^2$ ,  $c_2^2$ ,  $c_3^2$ , sont donnés par les expressions (59) – (67).

Cette égalité représente l'équation de dispersion cherchée. Dans un autre mémoire nous étudierons cette équation ainsi que le problème de l'instabilité magnéto-gravitationnelle.

## BIBLIOGRAPHIE

- 1 Gliddon, J, Astrophys. J., **145** (1966), 583.
- 2 Bhatia, P, Phys Fluids, **10** (1967), 1652.
- 3 Tandon, J, Talwar, S, Nuclear Fusion, **3** (1963), 75.
4. Kalra, G, Talwar, S, Canad. J. Phys, **48** (1970), 29
5. Ariel, P, Phys Fluids, **13** (1970), 1644.
6. Vasîu, M, Studia Univ Babeş-Bolyai, ser. Phys., **1** (1970), 87.

ASUPRA INSTABILITĂȚII MAGNETOGRAVITAȚIONALE A UNEI PLASME VÎSCOASE, CU PRESIUNE ANIZOTROPĂ, ÎN MIȘCARE DE rotație UNIFORMĂ ȘI ÎN PREZENȚA CURENȚULUI HALL. ECUAȚIA DE DISPERSIE (I)

## (Rezumat)

În această lucrare autorul stabilește ecuația de dispersie pentru un model de plasmă care este presupusă infinită, omogenă, compresibilă, viscoasă, în mișcare de rotație uniformă, cu conductibilitatea electrică finită și cu presiune anizotropă. Plasma se consideră că se găsește sub influența unui cîmp magnetic uniform-axial și a propriului său cîmp gravitațional. Se neglijează procesele de conductibilitate termică și de transfer de radiație din interiorul plasmei.

Ecuația de dispersie obținută generalizează ecuațiile de dispersie stabilite de alți autori pentru cazul în care se neglijează viscozitatea, conductivitatea electrică, mișcarea de rotație a plasmei.

Într-o altă lucrare se vor analiza criteriile de instabilitate magnetogravitatională pentru modelul de plasmă studiat.

О МАГНИТОГРАВИТАЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВЯЗКОЙ ПЛАЗМЫ С АНИЗОТРОПНЫМ ДАВЛЕНИЕМ, В РАВНОМЕРНОМ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ И В ПРИСУТСТВИИ ТОКА ХОЛЛА. УРАВНЕНИЕ РАССЕЯНИЯ (I)

## (Резюме)

Автор статьи устанавливает уравнение рассеяния для модели плазмы, которая предполагается бесконечной, сжимаемой, вязкой, в равномерном вращательном движении, с конечной электропроводностью и с анизотропным давлением. Считается, что плазма находится под влиянием равномерно-аксиального магнитного поля и собственного гравитационного поля. Пренебрегаются процессы теплопроводности и переноса радиации изнутри плазмы.

Полученное уравнение рассеяния обобщает уравнения рассеяния, установленные другими авторами для случая, в котором пренебрегается вязкость, электропроводность, вращательное движение плазмы.

В другой работе будут рассматриваться критерии магнитогравиационной неустойчивости для изучаемой модели плазмы.





## FORMAREA PRIN IRADIERE A CENTRILOR PARAMAGNETICI ÎN NaCl-Ca

R. I. CÂMPEANU, M. PETEANU și AL. NICULA

*Introducere.* Halogenurile alcaline dopate cu cationi bivalenți parași neparamagnetici dau, în anumite condiții, centri paramagnetici. Prin înlocuirea cationului monovalent cu unul bivalent apare o sarcină pozitivă suplimentară. Pentru a păstra neutralitatea cristalului este necesară apariția unei vacanțe de ion pozitiv care, față de cationul bivalent, se poate așeza în diferite simetrii. Iradierea cristalului duce la ionizarea ionilor halogen, rezultând electroni liberi și vacanțe de ioni negativi prin ieșirea atomilor neutri halogen din rețeaua ionică. Acești electroni liberi sînt captați de complexul de cation bivalent — vacanță anionică și cationică și dau paramagnetismul centrului.

Studii anterioare [1, 2] au evidențiat centri de simetrie rombică, axială și cubică, ilustrați în fig. 1.

*Studiu teoretic al tranzițiilor optice.* Kleefstra [3] a sugerat că electronul responsabil de paramagnetismul centrului, precum și de absorbția optică caracteristică acestuia este centrat pe o vacanță anionică și nu pe ionul

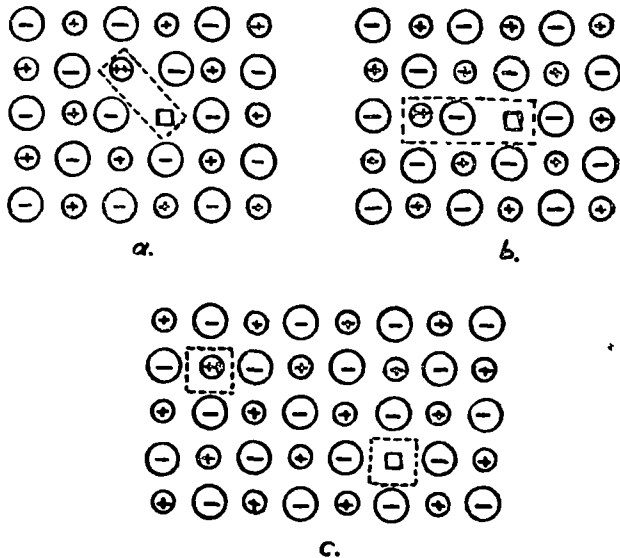


Fig 1. Modele de centri paramagnetici în NaCl-Ca: a) centru de simetrie ortorombică; b) centru de simetrie axială; c) centri de simetrie cubică.

bivalent pozitiv. Deci, în acest model, centrul este de tip  $F$  adiacent unei vacanțe de ion pozitiv și unui cation bivalent. Rezultatele experimentale [4, 5, 6] și mai recent datele ENDOR ale lui Bushnell [7] confirmă această ipoteză.

Plecînd de la modelul Kleefstra-Bushnell, vom calcula, în cele ce urmează, energiile de absorpție optică corespunzătoare centrilor de simetrie ortorombică și axială, pentru a putea stabili ordinea în care apar cele două simetrii. La centri cu exces de electroni vom folosi modelul semicontinuu și modelul polaron [8]. Dacă neglijăm efectele de polarizare cristalină, putem scrie hamiltonianul ce descrie centrul paramagnetic sub forma:

$$H = \frac{p^2}{2m_e} + \sum_{\alpha} V(\vec{r} - \vec{R}_{\alpha}) - V(\vec{r}) - V(\vec{r} - \vec{R}_p) - V(\vec{r} - \vec{R}_d) + V_d(\vec{r} - \vec{R}_d) \quad (1)$$

unde originea vectorilor de poziție a electronului captat  $\vec{r}$ , a ionilor  $\vec{R}_{\alpha}$ ,  $\vec{R}_d$  și a vacanței de ion pozitiv  $\vec{R}_p$ , este luată în centrul vacanței de ion negativ. Primul termen este energia cinetică a electronului captat,  $V(\vec{r} - \vec{R}_{\alpha})$  este interacțiunea electronului captat cu ionul  $\alpha$  și deci termenul al doilea reprezintă interacțiunea electronului cu toți ionii cristalului perfect  $V(\vec{r})$  și  $V(\vec{r} - \vec{R}_p)$  sînt interacțiunile electronului cu vacanțele ion negativ, respectiv pozitiv, care raportate la un cristal perfect reprezintă sarcini efective pozitive, respectiv negative. Termenii  $V_d(\vec{r} - \vec{R}_d)$  și  $V(\vec{r} - \vec{R}_d)$  reprezintă interacțiunile electronului cu cationul bivalent, respectiv cu un cation monovalent, ambii în poziția  $\vec{R}_d$ . Introducerea termenului  $-V(\vec{r} - \vec{R}_d)$  a fost necesară deoarece el apare cu semn schimbat și în termenul al doilea, unde a fost cerut de perfecțiunea cristalului. Interacțiunile dintre defecte au fost omise, întrucît ele constituie o constantă în tranzițiile optice ale electronului centrului.

În modelul electron de valență [9] ultimii doi termeni ai relației (1) se pot scrie:

$$V_d(\vec{r} - \vec{R}_d) = -\frac{2e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|} - C^+ \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|^2} \quad (2)$$

și

$$V(\vec{r} - \vec{R}_d) = -\frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|} - C \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|^2}$$

unde coeficienții  $C^+$  și  $C$  sînt parametrii în modelul potențial pentru cationul alcalin-pămîntos, respectiv ionul alcalin. În cazul nostru este vorba de  $\text{Ca}^{2+}$ , respectiv  $\text{Na}^+$ .

Astfel (1) devine:

$$H = \frac{p^2}{2m_e} + \sum_{\alpha} V(\vec{r} - \vec{R}_{\alpha}) - V(\vec{r}) - V(\vec{r} - \vec{R}_p) - \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|} + \Delta C \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|^2} \quad (3)$$

unde  $\Delta C = C - C^+$ .

Deci, în modelul polaron, hamiltonianul care include efectele de polarizare va fi de forma :

$$H = \frac{p^2}{2m_e} + \sum_{\alpha} V(\vec{r} - \vec{R}_{\alpha 0}) - V(\vec{r}) - V(\vec{r} - \vec{R}_p) - \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|} + \Delta C \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_d|^3} + \hbar \quad (4)$$

unde termenul al doilea este acum interacțiunea electronului captat cu toți ionii cristalului perfect, pentru cazul cînd toți nucleii sînt în poziție de echilibru, iar electronii în poziție fundamentală.

În relația (4)  $\hbar$  este efectul de polarizare electronic ( $h_e$ ) și ionic ( $h_i$ ). În modelul polaron,  $h_e$  se poate scrie :

$$h_e = H_v + V_{q-v} + V_{p-v} + V_{d-v} + V_{e-v} \quad (5)$$

unde termenii  $V_{d-v}$  și  $V_{p-v}$  reprezintă interacțiunile cîmpului de polarizare al electronilor de valență cu cationul bivalent, respectiv cu vacanța de ion pozitiv, de sarcină efectivă negativă. Expresiile corespunzătoare sînt :

$$V_{p-v} = \sum_w (V_w b_w e^{i\vec{w}\vec{R}_p} + c.c.) \quad (6)$$

$$V_{d-v} = - \sum_w (V_w b_w e^{i\vec{w}\vec{R}_d} + c.c.)$$

Cu ajutorul unui nou operator  $B_w$  definit prin :

$$B_w = b_w - \frac{V_w^*}{E_w} (1 - e^{-i\vec{w}\vec{R}_p} + e^{-i\vec{w}\vec{R}_d}) \quad (7)$$

$h_e$  se poate reduce la forma :

$$h_e = \sum_w B_w^* B_w E_w + \sum_w (V_w B_w e^{i\vec{w}\vec{r}} + c.c.) + \left(1 - \frac{1}{\epsilon_{\infty}}\right) \left(\frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{r_p} - \frac{e^2}{r_d}\right) \quad (8)$$

unde s-a omis o constantă și  $r_p = |\vec{r} - \vec{R}_p|$ ,  $r_d = |\vec{r} - \vec{R}_d|$ . După cum am văzut, modelul Bushnell implică faptul că electronul centrului se află în jurul vacanței de ion negativ. De aceea este bine să împărțim cristalul în două părți în ceea ce privește folosirea efectului de polarizare ionică și a termenului al doilea din (4). O regiune este sferică de rază  $R$ , cu centrul în centrul vacanței de ion negativ, cealaltă fiind restul cristalului, unde se aplică aproximația masă efectivă. În studiul centrilor  $F$  în NaCl s-a ales pentru  $R$  valoarea  $0,95 d$ . Această valoare o adoptăm și în cazul centrului nostru, deoarece l-am considerat ca fiind un centru  $F$  perturbat de complexul cation bivalent — vacanță de ion pozitiv.

În ceea ce privește polarizarea ionică putem scrie :

$$\begin{aligned} \text{pentru } r < R & \quad h_i = H_i + V_{q-i} + V_{p-i} + V_{d-i}, \\ \text{pentru } r > R & \quad h_i = H_i + V_{q-i} + V_{p-i} + V_{d-i} + V_{e-i}, \end{aligned} \quad (9)$$

unde  $H_i$  este hamiltonianul ionilor,  $V_{q-i}$ ,  $V_{p-i}$ ,  $V_{d-i}$  și  $V_{e-i}$ , reprezintă interacțiunile câmpului de polarizație ionic cu vacanța de ion negativ, cu vacanța de ion pozitiv, cu ionul bivalent și cu electronul captat. Pentru  $r < R$  se omite  $V_{e-i}$ , deoarece electronul captat se mișcă foarte repede comparativ cu mișcarea ionilor și deci ionii nu pot urmări mișcarea electronilor.

Folosind un nou operator, asemănător lui (7) și privind sistemul fononic ca pornind de la starea de vid  $|0\rangle$ , definită prin  $A_k|0\rangle = 0$  obținem pentru  $r < R$ :  $h_i = K$ , iar pentru  $r > R$ :

$$h_i = \sum A_k^* A_k \hbar \omega_k + \sum (V_k A_k e^{i\vec{k}\vec{r}} + c. c.) + \frac{1}{\epsilon^*} \left( \frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{r_p} - \frac{e^2}{r_d} \right) + K \quad (10)$$

unde  $K$  este o constantă rezultând din transformări canonice și în calculele noastre se poate neglija.

Astfel hamiltonianul este de forma:

$$H = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{Me^2}{d} + \left(1 - \frac{1}{\epsilon_\infty}\right) \frac{e^2}{r} + \frac{e^2}{r_p \epsilon_\infty} - \frac{e^2}{r_d \epsilon_\infty} + \Delta c \frac{e^2}{r_d^2} + H_{ex} \quad (11)$$

pentru  $r < R$  și

$$H = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e^2}{\epsilon_s r} + \frac{e^2}{\epsilon_s r_p} - \frac{e^2}{\epsilon_s r_d} + \Delta C \frac{e^2}{r_d^2} + H_{ex} + H_{ph} \quad (12)$$

pentru  $r > R$ . Pentru  $H_{ex}$  și  $H_{ph}$  avem:

$$H_{ex} = \sum_w B_w^* B_w E_w + \sum_w (V_w B_w e^{i\vec{w}\vec{r}} + c. c.) \quad (13)$$

$$H_{ph} = \sum_w A_k^* A_k \hbar \omega_k + \sum_w (A_k V_k e^{i\vec{k}\vec{r}} + c. c.) \quad (14)$$

Se observă că am înlocuit  $\sum_\alpha V'(\vec{r} - \vec{R}_{\alpha 0}) - V(\vec{r})$  în (4) cu  $-\frac{Me^2}{d}$  (energia Madelung) pentru  $r < R$  și  $\frac{p^2}{2m_e} + \sum_\alpha V'(\vec{r} - \vec{R}_{\alpha 0})$  cu  $\frac{p^2}{2m}$  pentru  $r > R$ . Prin  $m$  am notat masa efectivă a electronului. De asemenea, am considerat  $V(r) = \frac{e^2}{r}$  pentru  $r > R$  și  $V(\vec{r} - \vec{R}_p) = -\frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{R}_p|}$  atât pentru  $r < R$  cât și pentru  $r > R$ .

În modelul Bushnell termenii care se referă la vacanțe de ion pozitiv și cationul bivalent sînt considerați mici perturbații și de aceea funcțiile de undă folosite pentru centrul  $F$  pot fi folosite și pentru centrul nostru. Acestea sînt:

$$\psi_f(r) = \left(\frac{\lambda^3}{7\pi}\right)^{1/2} (1 + \lambda r) e^{-\lambda r} \quad (15)$$

și

$$\psi_e(r) = \left(\frac{\beta^6}{\pi}\right)^{1/2} r e^{-\beta r} \cos \theta \quad (16)$$

Contribuțiile la hamiltonianul efectiv a  $H_{ex}$  și  $H_{ph}$  prin  $\langle F | H_{ex} | F_h \rangle$  respectiv  $\langle \Phi | H_{ph} | \Phi \rangle$  în modelul polaron au aceeași formă ca și pentru centrul  $F$ .

În final, energia stării fundamentale se găsește a fi:

$$\begin{aligned}
 E_f = & \langle \psi_f | H_{ef} | \psi_f \rangle = \frac{1}{2m_e} \langle \psi_f | p^2 | \psi_f \rangle_s + \left[ -\frac{Me^2}{d} + \frac{5373}{25088} \lambda e^2 \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_\infty} \right) \right] \langle \psi_f | \psi_f \rangle_s + \\
 & + \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_\infty} \right) e^2 \left\langle \psi_f \left| \frac{e^{-2\lambda r}}{r} \left[ 1 + \frac{17}{28} \lambda r + \frac{23}{42} \lambda^2 r^2 + \frac{1}{7} \lambda^3 r^3 \right] \right| \psi_f \right\rangle_s + \\
 & + \frac{1}{2m} \langle \psi_f | p^2 | \psi_f \rangle_0 \quad (17) \\
 & - e^2 \left\langle \psi_f \left| \frac{1}{r} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_s} \right) \left[ \frac{5373}{25088} \lambda r + e^{-2\lambda r} \left( 1 + \frac{17}{28} \lambda r + \frac{23}{42} \lambda^2 r^2 + \right. \right. \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. \left. \left. + \frac{1}{7} \lambda^3 r^3 \right) \right] \right\} \right| \psi_f \right\rangle_0 + \\
 & + \frac{e^2}{\epsilon_\infty} \left\langle \psi_f \left| \frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_d} \right| \psi_f \right\rangle_s + \frac{e^2}{\epsilon_s} \left\langle \psi_f \left| \frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_d} \right| \psi_f \right\rangle_0 + e^2 \Delta C \left\langle \psi_f \left| \frac{1}{r_d^2} \right| \psi_f \right\rangle_v.
 \end{aligned}$$

Ultimul termen este foarte mic și se poate neglija.

Aplicînd metoda variațională asupra lui  $E_f(\lambda)$  găsim energiile stării fundamentale ale centrului corespunzătoare celor două simetrii. Aceste energii ca și valorile  $\lambda$  corespunzătoare se găsesc în tabelul 1.

Tabel 1

Simetria	$\lambda(\text{\AA}^{-1})$	$E_f(eV)$	$\beta(\text{\AA}^{-1})$	$E_e(eV)$	$\Delta E(eV)$	$\Delta E$ experimental din maximul benzii (eV)
Ortorombică	0,77	-2,15	0,35	0,13	2,28	de la 2,4
Axială	0,76	-1,96	0,29	0,20	2,16	la 2,5

Considerăm, în cele ce urmează, prima stare excitată a centrului paramagnetic. Și aici modelul Bushnell consideră orbita electronică ca nefiind cu mult diferită de starea  $p$  excitată a centrului  $F$  (16). O diferență față de calculul stării fundamentale apare în evaluarea lui  $\langle F | H_{ex} | F \rangle$  deoarece metoda cîmpului selfconsistent nu se poate folosi la orbite largi. Aici se folosește o metodă descrisă în [8].

Pentru energia stării excitate se găsește:

$$\begin{aligned}
 E_e = & \frac{1}{2m_e} \langle \psi_e | p^2 | \psi_e \rangle_s - \frac{Me^2}{d} \langle \psi_e | \psi_e \rangle_s + \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_\infty} \right) e^2 \left\langle \psi_e \left| \frac{1}{r} \right| \psi_e \right\rangle_s + \\
 & + \frac{1}{2m} \langle \psi_e | p^2 | \psi_e \rangle_0 - e^2 \left\langle \psi_e \left| \frac{1}{r} \left\{ \frac{1}{\epsilon_\infty} - \frac{1}{\epsilon_s} \left[ \frac{5373}{25088} \lambda r + e^{-2\lambda r} \left( 1 + \frac{17}{28} \lambda r + \right. \right. \right. \right. \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. \left. \left. + \frac{23}{42} \lambda^2 r^2 + \frac{1}{7} \lambda^3 r^3 \right) \right] \right\} \right| \psi_e \right\rangle_0 + \frac{e^2}{\epsilon_\infty} \left\langle \psi_e \left| \frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_d} \right| \psi_e \right\rangle_s + \\
 & + \frac{e^2}{\epsilon_s} \left\langle \psi_e \left| \frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_d} \right| \psi_e \right\rangle_0 + \Delta C e^2 \left\langle \psi_e \left| \frac{1}{r_d^2} \right| \psi_e \right\rangle_v. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Minimalizînd (18) cu parametrul variațional  $\beta$  obținem valorile din tabelul 1. În tabel apare și diferența  $\Delta E = E_e - E_f$  ca fiind energia de absorbție optică a centrului, precum și valoarea experimentală a energiei de tranziție optică. Se observă o concordanță destul de bună ținînd cont de precizia spectrofotometrului.

Pentru a ilustra deplasarea nivelelor energetice ale centrului, ca rezultat al influenței complexului cation bivalent — vacanță de ion pozitiv, s-au calculat nivelele energetice folosind primii cinci termeni ai expresiilor (17) și (18). Aceste rezultate ca și parametrii variaționali corespunzători și energia de absorbție optică rezultantă sînt trecute în tabelul 2. Se observă că complexul perturbator acționează în sensul micșorării energiei, implicit a frecvenței tranziției.

Tabel 2

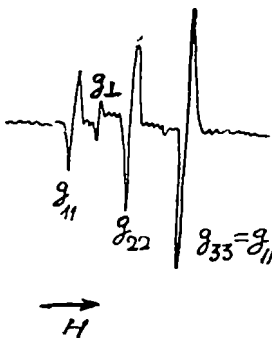
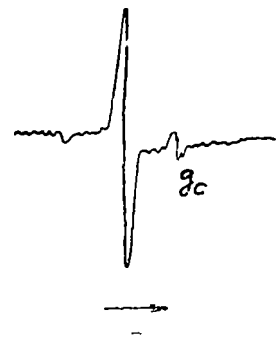
$\lambda(\text{\AA}^{-1})$	$E_f(\text{eV})$	$\beta(\text{\AA}^{-1})$	$E_e(\text{eV})$	$\Delta E(\text{eV})$
0,86	-2,60	0,30	0,27	2,87

Ca un rezultat deosebit al acestui studiu teoretic notăm faptul că energia de absorbție optică corespunzătoare simetriei ortorombice este mai mare decît cea corespunzătoare simetriei axiale și deci centrul axial va apare primul.

Amintim că aceste rezultate teoretice concordă cu cele obținute de B. G. Dick [10] pe modelul Bassani — Fumi [11].

*Studiu RES.* S-a urmărit apariția centrilor de simetrie axială și ortorombică prin iradierea monocristalelor probă în cavitatea instalației de rezonanță electronică de spin.

Măsurătorile RES au fost efectuate cu un spectrometru JES-3B 9 GHz, folosind un cîmp de modulare de 100 kHz. S-au studiat monocristale NaCl dopate cu ioni de Ca în concentrație de 0,05% moli. Radiația UV a unei lămpi Theltha-Sonne a fost focalizată în cavitatea spectrometrului cu o lentilă de cuarț. În fig. 2 și 3 sînt prezentate spectrele obținute.

Fig 2 Spectrul RES la NaCl-Ca în poziția  $H // [100]$ .Fig 3 Spectrul RES la NaCl-Ca în poziția  $H // [111]$

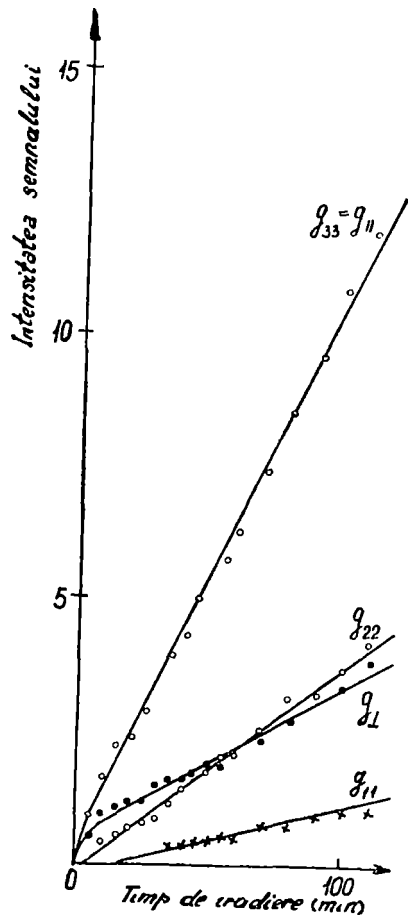


Fig 4 Formarea centrilor paramagnetici prin iradiere în NaCl-Ca,  $H // [100]$

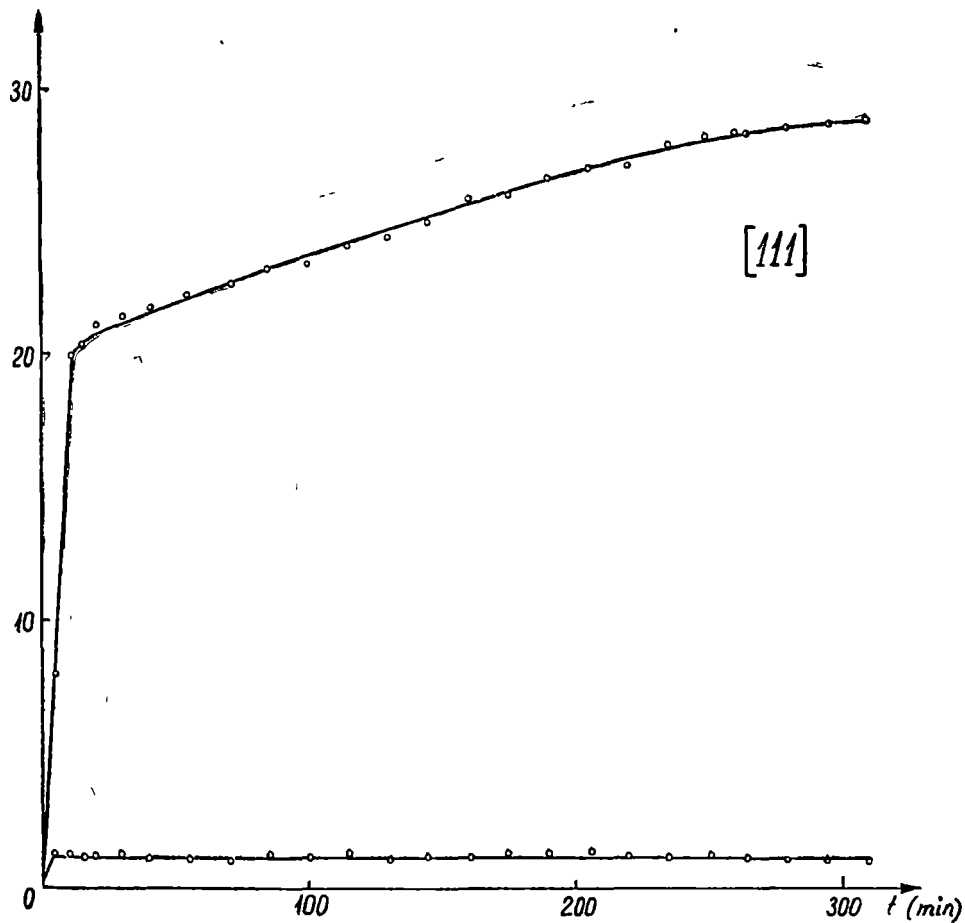


Fig 5 Formarea centrilor paramagnetici prin iradiere în NaCl-Ca,  $H // [111]$ .

Tranzițiile optice, studiate teoretic, se efectuau între nivele energetice create de câmpul cristalin, a căror număr și poziție depindeau strict de simetria locală a câmpului cristalin. Spectrele RES indică tranzițiile între nivelele Zeeman ale celui mai inferior nivel energetic creat de câmpul cristalin. Gradul de degenerare al acestuia, ca și poziția lui relativă față de primul nivel excitat, depinde evident tot de simetria locală a câmpului cristalin. Deci, atât spectrele optice cât și spectrele RES sînt determinate de aceeași simetrie a câmpului cristalin.

Rezultatele studiului de cinetică a centrilor paramagnetici în cristallul NaCl-Ca pentru  $\vec{H} // [100]$  sînt prezentate în fig. 4, iar cele pentru poziția  $\vec{H} // [111]$  în diagrama din fig. 5

În concordanță cu studiul teoretic fig 4 indică apariția centrilor de simetrie axială înaintea celor de simetrie ortorombică. Fig. 5 indică în plus faptul că și centri de simetrie cubică au o energie de activare mai mică decît cei de simetrie ortorombică și apar împreună cu cei axiali. Se constată o intensitate constantă în timp pentru semnalul corespunzător centrilor de simetrie cubică.

Pentru celelalte tipuri de simetrii curbele variației intensității semnalului RES cu timpul de iradiere prezintă pante, care diferă chiar și în cadrul aceleiași simetrii pentru diferite direcții. Faptul se explică prin anizotropia locală a câmpului cristalin, anizotropie ilustrată și de valorile calculate ale factorului  $g$ :

$$\begin{aligned} g_{11} &= 2,1266 \pm 0,0004 \\ g_{\perp} &= 2,0846 \pm 0,0004 \\ g_{22} &= 2,0616 \pm 0,0004 \\ g_{\parallel} = g_{33} &= 2,0049 \pm 0,0004 \\ g_c &= 2,0100 \pm 0,0003 \end{aligned} \quad (19)$$

După cum se știe, componentele tensorului  $g$  sînt legate de constantele de cuplaj spin-orbită  $\lambda$  și de tranziția optică  $\Delta E$ , prin relația:

$$g_i = 2 \left( 1 - \frac{\lambda}{\Delta E_i} \right). \quad (20)$$

În cazul nostru, folosind  $g$ , și  $\Delta E$ , cunoscute, se obțin constantele spin-orbită

$$\lambda_0 = -1,71(ev)^{-1} \quad \text{pentru simetrie ortorombică}$$

și

$$\lambda_a = -0,54(ev)^{-1} \quad \text{pentru simetria axială.}$$

Valorile negative ale lui  $\lambda$  indică faptul că nivelele atomice sînt pline mai mult de jumătate și în consecință avem o circulație de goluri [12].

(Intrat în redacție la 20 septembrie 1972)



## BIBLIOGRAFIE

1. Nicula, Al, Fărcaș, S., Darabont, Al, Phys. Stat. Sol., **32/2**, 741, 1969.
2. Nicula, Al, Darabont, Al, Peteanu, M., *Proc. of the XVI-th Congress Ampere*, Bucharest, 1—5 sept. 1970, p 918.
3. Kleefstra, M, J Phys Chem. Solids., **24**, 1567, 1963.
4. Hartel, H., Luty, F., Z. Phys., **182**, 111, 1964.
5. Pans, H., Luty, F., Phys Rev. Letters, **20**, 57, 1968.
6. Hingshammer, J, Jodl, H, Phys Stat. Sol., **26**, 261, 1968.
7. Bushnell, J. C, Ph. D Thesis, Univ. of Illinois
8. Wang, S, Phys. Rev., **153** I, 939, 1967.
9. Wang, S., Phys. Stat. Sol., **23**, 387, 1967
10. Dick, B G., Phys. Stat. Sol., **28**, 223, 1968.
11. Bassani, F., Fumi, G F., Nuovo Cimento, **11**, 274, 1954.
12. Ursu, I., *Rezonanță electromagnetică de spin*, Ed. Acad. R.S.R., 1965.

## ОБРАЗОВАНИЕ ПУТЁМ ОБЛУЧЕНИЯ ПАРАМАГНИТНЫХ ЦЕНТРОВ В NaCl—Ca

(Резюме)

Проведено исследование образования парамагнитных центров орторомбической и аксиальной симметрии в NaCl—Ca посредством УФ облучения. Применяя полунепрерывную и поляроновую модель центров с избытком электронов, теоретически получаются энергии оптического перехода, соответствующие аксиальной и орторомбической симметрии. Результат подтверждён экспериментальным ЭПР исследованием. ЭПР переходы, а также оптические переходы зависят от локальной симметрии кристаллического поля

## FORMATION OF PARAMAGNETIC CENTERS IN NaCl—Ca BY IRRADIATION

(Summary)

This paper is a study of the formation of paramagnetic centers of orthorhombic and axial symmetry in NaCl—Ca by UV irradiation. By using the semicontinuous and polaron models for the centres with excess of electrons one obtains theoretically the energies for the orthorhombic and axial symmetries. The results are confirmed by the experimental ESR study. The ESR transition as well as the optical ones depend on the local symmetry of the crystal field.

11  
11

# INFLUENȚA EFECTULUI DE BOTTLENECK ASUPRA LUCRULUI MASERULUI PE SOLID CU TREI NIVELE

GH. CRISTEA

1. *Introducere.* Este bine știut [1] că unul din cei mai importanți parametri care determină calitatea unei substanțe ce urmează a fi folosită ca material activ, în construcția maserilor, este valoarea timpului de relaxare spin-rețea a ionului paramagnetic cu care este dopat mediul gazdă. De la construcția primilor amplificatori cuantici pînă în prezent, acestor dispozitive li s-au adus importante îmbunătățiri, care au fost posibile în urma a numeroase descoperiri privind diverse aspecte ale lucrului lor. Rezultatele recente [2, 3, 4, 5] privind limitarea fononică (sau efectul de bottleneck) a proceselor de relaxare spin-rețea ale diversilor ioni paramagnetici utilizați ca impurități în materialele active pentru maseri, sugerează ideea posibilității influenței efectului de bottleneck asupra lucrului acestora.

În lucrarea de față ne propunem să facem o analiză a modului în care efectul de bottleneck poate influența lucrul maserului cu trei nivele, pe solid.

2. *Condițiile de lucru a maserului cu trei nivele.* Pentru ca maserul să poată amplifica semnalul de microunde trimis asupra cristalului potențial activ, este necesar ca populația nivelelor energetice ale ionului paramagnetic să fie inversată. Pentru a vedea cum se realizează inversarea de populație ne referim la fig. 1, unde prezentăm schema nivelelor energetice ale ionului paramagnetic folosit pentru doparea cristalului activ, în cazul maserului cu trei nivele. La echilibru termic distribuția spinilor pe nivelele energetice ale ionului paramagnetic este descrisă de legea de distribuție a lui Boltzmann, cum se vede în partea (a) a figurii. Dacă asupra cristalului se aplică o radiație de microunde, suficient de intensă, de frecvența  $\nu_{31} = (E_3 - E_1)/h$ , aceasta va induce tranziții, de jos în sus, între nivelele energetice  $E_1$  și  $E_2$ , pînă cînd acestea devin egal populate. În aceste condiții popularea nivelului  $E_3$  devine mai mare decît a nivelului  $E_2$ , ceea ce înseamnă că s-a obținut inversarea populațiilor nivelelor  $E_2$  și  $E_3$  [vezi partea (b) a figurii].

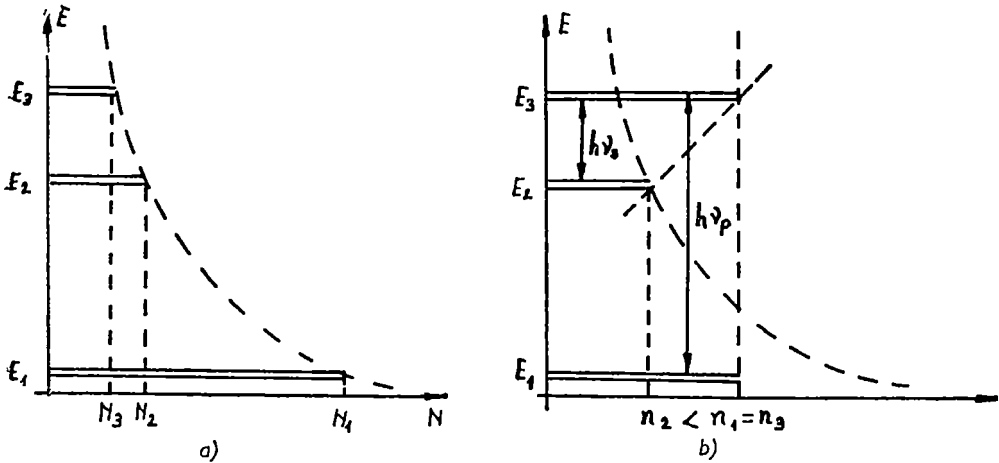


Fig. 1. Distribuția spinilor pe nivelele energetice: a) la echilibru termic; b) când tranziția 1-3 este saturată.

Dacă în această situație asupra materialului activat se trimite un semnal de microunde slab, de frecvență  $\nu_{32} = (E_3 - E_2)/h$ , ce urmează a fi amplificat, acesta va induce tranziții între nivelele  $E_3$  și  $E_2$ , cu randament mai mare de sus în jos, decît invers, din cauză că  $n_3 > n_2$ . În urma fiecărei tranziții de sus în jos se emite o cantă de frecvență identică cu cea a radiației incidente, și drept rezultat semnalul iese din substanță amplificat. Pentru descrierea cantitativă a fenomenelor ce au loc într-un amplificator paramagnetic de acest gen se folosesc ecuațiile cinetice ale populației spinilor.

Cea mai generală scriere a ecuațiilor cinetice ale sistemului spinilor este [6]:

$$\frac{dn_i}{dt} = - \sum_j \left( \frac{\Delta n_{ij} - \Delta N_{ij}}{2T_1^{(ij)}} + W_{ij} \Delta n_{ij} \right) \quad (1)$$

unde

$$\Delta n_{ij} = -\Delta n_{ji} = n_i - n_j \quad \text{— la neechilibru}$$

$$\Delta N_{ij} = -\Delta N_{ji} = N_i - N_j \quad \text{— la echilibru termic}$$

$$h\nu_{ij} = E_i - E_j = -h\nu_{ji}$$

$W_{ij} = W_{ji}$  = probabilitatea tranzițiilor induse

$T_1^{(ij)} = (w_{ij} + w_{ji})^{-1}$  = timpul de relaxare spin-rețea între nivelele energetice  $E_i$  și  $E_j$ , definit prin intermediul probabilităților tranzițiilor spontane  $w_{ij}$  și  $w_{ji}$ .

Pentru maserul cu trei nivele acestea devin :

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -\frac{\Delta n_{12} - \Delta N_{12}}{2T_1^{(12)}} - \frac{\Delta n_{13} - \Delta N_{13}}{2T_1^{(13)}} - W_p \Delta n_{13} \\ \frac{dn_2}{dt} &= -\frac{\Delta n_{21} - \Delta N_{21}}{2T_1^{(12)}} - \frac{\Delta n_{23} - \Delta N_{23}}{2T_1^{(23)}} - W_s \Delta n_{23} \\ \frac{dn_3}{dt} &= -\frac{\Delta n_{31} - \Delta N_{31}}{2T_1^{(13)}} - \frac{\Delta n_{32} - \Delta N_{32}}{2T_1^{(32)}} - W_p \Delta n_{31} - W_s \Delta n_{32} \end{aligned} \quad (2)$$

$W_p$  și  $W_s$  desemnează probabilitățile tranzițiilor stimulate la frecvențele de pompaj, respectiv la frecvența semnalului. În timpul lucrului maserului, deci în prezența radiației de pompaj și în prezența semnalului, trebuie să se stabilească o stare staționară. Atunci variația în timp a populațiilor nivelelor este egală cu zero.

Rezolvarea aproximativă a ecuațiilor (2), în condiții de staționari-tate, ne conduce la condiția necesară pentru existența populației inverse. Aproximațiile făcute se referă la faptul că intensitatea radiației de pompaj este foarte mare, că tranziția la această frecvență este complet saturată, adică  $\Delta n_{13} = 0$ , iar intensitatea radiației la frecvența semnalului este negli-jabil de mică. Atunci evident  $\Delta n_{23} = -\Delta n_{32} = \Delta n_{21}$ . Înlocuind aceste valori în ecuația a doua a sistemului (2) și negli-jând termenul ce conține pe  $W_s$ , obținem :

$$\Delta n_{32} = \frac{\Delta N_{12}/T_1^{(12)} - \Delta N_{23}/T_1^{(23)}}{1/T_1^{(12)} + 1/T_1^{(23)}}. \quad (3)$$

În aproximația  $h\nu_j/kT \ll 1$ , satisfăcută cu prisosință la temperatura heliului lichid și la frecvența microundelor, mărimile  $\Delta N_j$  pot fi exprimate astfel :

$$\Delta N_j = \frac{h\nu_j}{3kT} N$$

cu care (3) devine

$$\Delta n_{32} = -\Delta n_{21} = \frac{hN}{3kT} \frac{\nu_{21}/T_1^{(12)} - \nu_{32}/T_1^{(23)}}{1/T_1^{(12)} + 1/T_1^{(23)}}. \quad (4)$$

Din relația (4) rezultă că va fi inversată fie tranziția 3—2 dacă  $\nu_{21}/T_1^{(12)} > \nu_{32}/T_1^{(23)}$ , fie tranziția 2—1 dacă  $\nu_{21}/T_1^{(12)} < \nu_{32}/T_1^{(23)}$ . Pentru inversarea populațiilor tranziției 3—2 se obține condiția

$$\frac{\nu_{32}}{\nu_{21}} = \frac{\nu_s}{\nu_g} > \frac{T_1^{(23)}}{T_1^{(12)}} \quad (5)$$

sau

$$\frac{v_p}{v_s} > 1 + \frac{T_1^g}{T_1^s}, \quad (6)$$

unde indicele  $g$  desemnează tranziția de mers în gol, adică (2-1).

Pentru caracterizarea cantitativă a inversării populației se folosește coeficientul de inversie definit astfel

$$I = \frac{\Delta n_{32}}{\Delta N_{23}} = \frac{3kT\Delta n_{32}}{Nh\nu_{32}} \quad (7)$$

sau

$$I = \frac{v_p/v_s - (1 + T_1^g/T_1^s)}{1 + T_1^g/T_1^s} =$$

$$= \begin{cases} \frac{v_p}{v_s} - 1, & \text{pentru } \frac{T_1^g}{T_1^s} \rightarrow 0, \text{ cazul optim} \\ \frac{v_p}{2v_s} - 1, & \text{pentru } \frac{T_1^g}{T_1^s} = 1 \end{cases} \quad (8)$$

$$(9)$$

Sub aspectul analizei noastre nu este lipsit de importanță efectul de saturație a tranziției semnalului, în care caz maserul încetează să mai lucreze. Pentru abordarea acestei probleme este necesară soluționarea exactă a sistemului de ecuații (2). În cele mai generale condiții se obține [6].

$$\Delta n_{32} = \frac{2W_p \left( \frac{\Delta N_{12}}{T_1^{(12)}} - \frac{\Delta N_{23}}{T_1^{(23)}} \right) - \Delta N_{23} \left( \frac{1}{T_1^{(12)}T_1^{(23)}} + \frac{1}{T_1^{(12)}T_1^{(13)}} + \frac{1}{T_1^{(13)}T_1^{(23)}} \right)}{\left( \frac{1}{T_1^{(12)}} + \frac{1}{T_1^{(23)}} + 2W_s \right) + 2W_s \left( \frac{1}{T_1^{(12)}} + \frac{1}{T_1^{(23)}} \right) + \left( \frac{1}{T_1^{(12)}T_1^{(23)}} + \frac{1}{T_1^{(13)}T_1^{(13)}} + \frac{1}{T_1^{(13)}T_1^{(23)}} \right)} \quad (10)$$

Ținând acum seama că tranziția de pompaj este puternic saturată, adică  $W_p \gg 1/T_1^{(g)}$ , și că intensitatea radiației de pompaj este în orice împrejurări mult mai intensă decât a semnalului ( $W_p > W_s$ ), atât la numărător cât și la numitor rămâne numai primul termen. Deci:

$$\Delta n_{32} = \frac{\Delta N_{12}/T_1^{(12)} - \Delta N_{23}/T_1^{(23)}}{1/T_1^{(12)} + 1/T_1^{(23)} + 2W_s}. \quad (11)$$

Față de expresia (3) a apărut doar  $2W_s$  la numitor. Totuși din (11) rezultă că dacă  $W_s$  crește,  $\Delta n_{32}$  scade, tinzând spre zero, moment în care încetează lucrul maserului. Drept rezultat lucrul maserului mai cere satisfăcută și condiția

$$W_s \ll \frac{1}{T_1^s} + \frac{1}{T_1^g}. \quad (12)$$

Aceasta înseamnă că, cu cât vitezele de relaxare a tranzițiilor semnalului și de mers în gol sînt mai mari, cu atît pragul de saturație a maserului este mai ridicat.

În încheierea acestui paragraf subliniem că amplificarea maserului depinde în mod direct de valoarea inversiei, deoarece puterea emisă de substanța activă se exprimă ca

$$P_e = W_s \Delta N_{23} I(h\nu_s) V = W_s \Delta n_{32} (h\nu_s) V, \quad (13)$$

unde  $V$  este volumul substanței active.

**3. Posibilități de influență a efectului de bottleneck asupra condițiilor de lucru ale maserului.** Din condiția (6) de inversare a populațiilor rezultă că pentru asigurarea unei stări cu populație inversată este necesar fie ca raportul frecvențelor pompajului și semnalului să fie mare, fie ca raportul timpilor de relaxare pentru tranziția de mers în gol și pentru tranziția semnalului să fie mic, sau ambele situații. Practic, la calculul eficienței lucrului maserului se ia  $T_1^g = T_1^s$ . Atunci  $\nu_p/\nu_s \geq 2$ . Pentru  $\nu_p/\nu_s$  se obține cu greu o valoare de 3—4. Greutatea provine de la lipsa unor surse suficiente de intense în domeniul microundelor, spre a realiza saturarea tranziției de pompaj. Pentru îmbunătățirea randamentului maserului trebuie să ne îndreptăm atenția asupra timpilor de relaxare. În legătură cu aceasta să ne referim la coeficientul de inversie dat de expresia (9).

În ceea ce privește comportarea coeficientului de inversie putem face două observații: 1. el nu depinde de valorile absolute ale timpilor de relaxare  $T_1^g$  și  $T_1^s$ , ci numai de raportul lor. Prin urmare, deși timpii de relaxare spin-rețea depind de temperatură, coeficientul de inversie nu depinde sau depinde foarte puțin, și 2. în majoritatea cazurilor coeficientul de inversie este de ordinul unității, deoarece inversarea de populație obținută este aproximativ egală cu valoarea  $\Delta N_{23}$ , la echilibru termic. Din observația 1 nu rezultă, nicidecum, că randamentul maserului nu depinde de temperatura de lucru, pentru că, așa cum rezultă din (13), puterea emisă depinde și de  $\Delta N_{23}$  care este invers proporțional cu temperatura.

Pînă în prezent singurul mijloc de acțiune asupra raportului timpilor de relaxare  $T_1^g/T_1^s$ , a fost crearea în probă a condițiilor favorabile manifestării relaxării cross, sau încrucișate, [7,8], pentru tranziție de mers în gol. În felul acesta timpul de relaxare  $T_1^g$  a putut fi scurtat sau, mai bine zis, scurtcircuitat de relaxarea cross, obținîndu-se pentru raportul  $T_1^g/T_1^s$  valori destul de mici. Metoda nu are însă aplicabilitate generală pentru că nu totdeauna se găsesc ioni paramagnetici potriviți pentru a impurifica materialul gazdă, care să colaboreze cu ionii paramagnetici ai acestuia la micșorarea lui  $T_1^g$ .

Se știe însă că efectul de bottleneck, sau de limitare fononică a relaxării, conduce la timpi de relaxare observați mai lungi decît prevederile calculelor teoretice, care nu țin seamă de acest efect. Acest lucru sugerează ideea că dacă relaxarea tranziției semnalului ar fi limitată fononic, adică  $T_1^s$  ar deveni mai lung, efectul ar fi tot în sensul micșorării raportului

$T_1^e/T_1^s$ , adică în sensul creșterii coeficientului de inversie. Cu toate că la temperatura heliului lichid, unde lucrează dispozitivele maser, relaxarea are loc prin procesul direct, și limitarea fononică este întâlnită destul de des în acest proces, fenomenul nu poate fi exploatat în toate dispozitivele maser. Mai mult, nu există certitudinea că fononii vor limita selectiv numai relaxarea tranziției semnalului, și nu și pe cea de mers în gol. Dacă relaxarea ambelor tranziții este limitată fononic raportul  $T_1^e/T_1^s$  rămâne constant.

Există însă o altă cale de exploatare a efectului de bottleneck, în scopul de a mări randamentul dispozitivelor maser, care, credem noi, poate avea aplicabilitate destul de generală. Această cale devine evidentă dacă ținem seama că limitarea fononică a procesului de relaxare apare numai atunci când numărul fononilor în contact cu spinii este redus și capacitatea lor calorică este mică în comparație cu capacitatea calorică a sistemului spinilor. În acest caz, în urma tranzițiilor de relaxare crește numărul fononilor de o anumită frecvență, ceea ce corespunde unei temperaturi mai ridicate a rețelei.

Același fenomen de creștere a numărului fononilor de o frecvență dată se poate obține în urma excitării oscilațiilor acustice în cristal B o m m e l H. E. etc. [9] și J a c o b s e n E. H. [10] au excitat fononi de frecvențe corespunzătoare microundelor de foarte înaltă frecvență, cu ajutorul unui traductor piezoelectric. Dacă, de exemplu, în cristalul activ pentru maser se excită fononi la frecvența semnalului, aceștia vor ridica temperatura rețelei și prin urmare va crește timpul de relaxare spin-rețea pentru această tranziție și numai pentru aceasta. Raportul  $T_1^e/T_1^s$  va scădea și drept rezultat obținem un coeficient de inversie mai ridicat. Trebuie observat însă că această creștere a coeficientului de inversie este însoțită de efectul, nedorit, al coborârii pragului de saturație a tranziției semnalului, ceea ce rezultă din relația (12).

În concluzie, în urma generării în cristalul activ pentru maser a fononilor de frecvență egală cu frecvența semnalului, este posibilă o creștere a coeficientului de inversie, și, în anumite limite, și a randamentului maserului pe solid cu trei nivele.

(Intrat în redacție la 20 septembrie 1972)

#### BIBLIOGRAFIE

- 1 Blombergen, N Phys Rev, **104**, 324 (1956).
- 2 Scott, P. L., Jeffries, C D, Phys Rev, **127**, 23 (1962)
- 3 Brya, W J, Wagner, P E., Phys. Rev., **147**, 239 (1966)
4. Geshwind, S, *Proceedings of the XV-th Colloque AMPÈRE, Grenoble* (1968).
5. Cristea, Gh, Bohan, TL, Stapleton, H J, Phys Rev, **4** (7), 2081 (1971).
6. Ziegman, A E, *Microwave Solid-State Maser*, McGraw-Hill (1964)
7. Feher, G, Scovil, H E. D, Phys Rev., **105**, 760 (1957)
8. Forrester, P A, Mims, W. B, Journ Appl Phys, **32**, 317 (1961)
9. Bommel, H. E, Dransfield, K., Phys Rev, **117**, 1245 (1960)
10. Jacobsen, E. H., Phys. Rev Letters, **2**, 249 (1959)



ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА ФОНОНОВОГО „УЗКОГО ГОРЛА“ НА РАБОТУ МАСЕРА НА  
ТВЁРДОМ ТЕЛЕ С ТРЕМЯ УРОВНЯМИ

(Р е з ю м е)

Рассматривается влияние эффекта фононового „узкого горла“ в спин-решеточной релаксации на работу устройства масер с тремя уровнями, на твёрдом теле. Показано, что в случае возникновения явления фононового „узкого горла“ в спин-решеточной релаксации, между переходами сигнала возникает возможность увеличения коэффициента инверсии, следовательно и выхода устройства масер. Это увеличение коэффициента инверсии возникает в результате того, что время релаксации в фононически ограниченном процессе релаксации дольше, чем фононически не ограниченное время релаксации.

THE INFLUENCE OF BOTTLENECK EFFECT ON THE WORK OF THREE LEVEL,  
SOLID STATE MASER

(S u m m a r y)

The influence of the bottleneck effect in spin-lattice relaxation on the work of three level solid state maser is examined. It is shown that when the spin-lattice relaxation between the signal levels is phonon limited the possibility of increasing the inversion coefficient appears and therefore the efficiency of the maser will increase too. This is because the phonon limited relaxation time is longer than the phonon unlimited one.



## UNELE DATE PRIVIND RADIAȚIA CERENKOV ÎN ALCOOLI

F. KOCH, ȘT. TAMAS\*, C. COSMA

Folosind scintilatori lichizi pentru detecția radiațiilor nucleare se observă inhibiția (quenching) acestora la adăugarea apei sau alcoolilor peste lichidul scintilator [1], [2].

Pentru detectarea radiațiilor nucleare se poate folosi și efectul Cerenkov. În acest caz nefiind nevoie de o substanță scintilatoare, apa sau alcoolul vor mijloci transformarea energiei radiațiilor penetrante în fotoni luminoși.

Avînd în vedere simplitatea detectorului, această detecție se folosește din ce în ce mai mult, mai ales pentru particulele cu energie mare [3]. Pe de altă parte se caută optimizarea variabilelor care intervin la măsurătorile cu substanțe lichide folosind efectul Cerenkov [4], [5].

În cele ce urmează prezentăm rezultatele unor măsurători privind radiația Cerenkov la alcoolii, cînd aceștia se folosesc în locul scintilatorilor, la detecția radiațiilor. Astfel de măsurători au fost realizate pentru scintilatori lichizi, stabilindu-se că inhibiția (quenching) este mai mică la grăuți moleculare mai mari [6].

Măsurătorile s-au realizat cu ajutorul unui spectrometru cu lichid de scintilație NE 8307\*\*, folosind radiația de la  $^{32}\text{P}^{***}$ . Energia maximă a acestei radiații, de 1,712 MeV, este mult superioară pragului necesar pentru declanșarea efectului Cerenkov la alcoolii ( $\approx 0,2$  MeV). La măsurători s-a ținut seama de fondul radiației, iar rezultatele date reprezintă media din cinci măsurători.

a) La prima serie de măsurători, pentru a se obține date comparabile s-a înregistrat numărul de particule cu aceeași cantitate de izotop (0,1 ml. sol.  $^{32}\text{P} \approx 0,04 \mu\text{Ci}$ ), folosind pentru detecția Cerenkov alcoolul etilic și apoi scintilatorul NE 240. Atît lichidul scintilator cît și alcoolul etilic în amestec cu izotopul radioactiv au fost introduse în vase de cuarț transpa-

---

\* Laboratorul de radioizotopi al Clinicii III Med Cluj

\*\* Nuclear Enterprises LTD, Scoția

\*\*\* Livrat de I F A București.

rente cu diametru de 23 mm. Rezultatele măsurătorilor sînt trecute în tabelul 1.

Tabel 1

Variația răspunsului Cerenkov cu volumul probei

U = 900V E = 1,1V Regim integral  
A = 100X 0,1 ml sol <sup>32</sup>P

ml	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
lichid										
Alc etilic imp/100 sec	7934	8356	7926	7590	7444	7173	6882	6815	6666	6568
NE-240 imp/100 sec	39941	40391	40562	41016	41184	41612	41974	42301	42290	42272

În primul rînd se constată că eficacitatea detecției Cerenkov este mai mică, înregistrîndu-se un număr mai mic de impulsuri decît în detecția cu lichid scintilator. Se mai constată că eficacitatea detecției depinde și de volumul probei, prezentînd un maxim, fapt observat pentru apă de către H. H. Ross [4].

Măsurătorile au arătat clar că pentru determinări cu ajutorul efectului Cerenkov folosirea vaselor argintate are o importanță deosebită. Numărul de impulsuri în cazul vaselor argintate crește la dublu, deoarece în acest caz va fi înregistrată și radiația Cerenkov reflectată de pereții vaselor, ea apărînd într-un con cu o anumită deschidere față de direcția de mișcare a particulei β. Radiația emisă în direcția opusă fotocatodului nu va produce semnale.

b) Seria a doua de măsurători s-a realizat folosind șase alcooli, înregistrîndu-se impulsurile atît în regim diferențial cît și integral. În comparație cu apa se poate constata că alcoolii sînt mai adecvați pentru detecția Cerenkov.

Tabel 2

Spectrul Cerenkov

U = 900 V A = 100x  
E = 1 V 5 ml lichid + 0,1 ml sol <sup>32</sup>P

$\frac{E + \Delta E}{2}$ (V) E = prag de discr.	Fond imp/10 s	Apă	Metanol	Etanol	N-propanol	Propanol 1-2	N-butanol
		H <sub>2</sub> O	CH <sub>3</sub> -OH	CH <sub>3</sub> -CH <sub>2</sub> - -OH	CH <sub>3</sub> -CH <sub>2</sub> - -CH <sub>2</sub> -OH	CH <sub>3</sub> - -CH(OH)- -CH <sub>2</sub> -CH <sub>3</sub>	CH <sub>3</sub> - -(CH <sub>2</sub> ) <sub>3</sub> - -OH
		n = 1,33	n = 1,331	1,3624	1,3850	1,3775	1,3993
0,5	1 810	3 347	3 261	4 124	4 029	3 715	3 885
1,5	27	1 206	1 102	1 325	1 396	1 322	1 202
2,5	2	448	403	530	645	588	414
3,5	1	176	153	214	295	265	143
4,5	1	48	48	75	136	111	60
5,5	0	19	24	30	55	49	17
Regim integral	150	1 063	836	1 277	1 326	1 291	680

Pentru orientare, în tabel s-au trecut și indicii de refracție. Se constată din acest tabel că numărul de impulsuri înregistrate crește cu indicele de refracție, exceptând N-butanolul. De asemenea se mai constată că etanolul și N-propanolul declanșază cele mai multe impulsuri, deci folosirea acestora în măsurători este mai indicată.

Cifrele din tabelul 2 reprezintă numărul de impulsuri înregistrate în 10 secunde.

(Intrat în redacție la 20 septembrie 1972)

#### BIBLIOGRAFIE

1. Jaffe, M., Ford, L. A., Int. J. Appl. Rad., **21**, 49 (1970).
2. Koch, F., Tamas, St., Studia Univ. Babeș-Bolyai, ser. Phys., **1** (1972).
3. Haberer, K., Atomwirtschaft, **10**, 36 (1965)
4. Ross, H. H., Analyt. Chem., **41**, 1260 (1969).
5. Zrellov, V. P., *Izlucenie Vavilova-Cerenkova*, Vol. 1, Atomizdat, 1968, p. 100.
6. Findeis, A. F., Lukovitz, J. A., Molec. Crystals, **4**, 385 (1968)

#### НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЧЕРЕНКОВА В СПИРТАХ

(Резюме)

Изучается различие между детекцией Черенкова и детекцией с жидкими сцинтилляторами. Установлено, что эффективность детекции Черенкова меньше и зависит от показателя преломления и от объема образца

#### DONNÉES RELATIVES À LA RADIATION TCHERENKOV DANS LES ALCOOLS.

(Résumé)

On étudie la différence entre la détection Tcherenkov et l'emploi de scintillateurs liquides. On constate que l'efficacité de la détection Tcherenkov décroît en fonction de l'indice de réfraction et du volume de l'essai.



# SPIN WAVES SPECTRUM FOR THE B.C.C. FERROMAGNETIC SYSTEMS

V. CRIŞAN and M. CRIŞAN

**1. Introduction.** Calculations of the spin wave spectrum for the b.c.c. ferromagnetic structure have been reported by M. Crişan, V. Crişan and M. Mc Neil [1] by means of the equation of motion method and Holstein – Primakoff transforms.

It is the purpose of this paper to report the detailed calculations of spin wave spectrum in the R.P.A. using a Green function method. This calculation will be performed using a general Heisenberg Hamiltonian containing the interactions between atoms from the same sublattice ( $J_{AA}$  and  $J_{BB}$ ) and between the two different sublattices ( $J_{AB}$ ).

**2. The energetic spectrum.** If the corner sites and the center sites were called with  $f$  and  $g$  respectively, the Hamiltonian may be written as :

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{f_1 f_2} I(f_1 - f_2) S_{f_1} S_{f_2} - \frac{1}{2} \sum_{g_1 g_2} I(g_1 - g_2) S_{g_1} S_{g_2} - \sum_{fg} I(f - g) S_f S_g \quad (2.1)$$

The two Green functions (Tahir Kheli – ter Haar) are defined by :

$$G_{ff_0} = \langle\langle S_f^+ ; (S_{f_0}^-)^n (S_{f_0}^+)^{n-1} \rangle\rangle ; G_{g_0g} = \langle\langle S_g^+ ; (S_{f_0}^-)^n (S_{f_0}^+)^{n-1} \rangle\rangle$$

The equation of motion for  $G_{ff_0}$  will be :

$$\begin{aligned} EG_{ff_0} = \frac{\delta_{ff_0}}{2\pi} & \left\langle \left[ 2n S_{f_0}^z + (n^2 - n) \prod_{p=1}^{n-1} [S_{f_0}^-(S_{f_0}^z + 1) - (n - p - 1)(n - p) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (2n - 2p - 1) S_{f_0}^z - (S_{f_0}^z)^2 \right] \right\rangle - \\ & - \sum_f I(f - f_1) \langle\langle S_f^z S_{f_1}^+ - S_{f_1}^z S_f^+ ; (S_{f_0}^-)^n (S_{f_0}^+)^{n-1} \rangle\rangle - \\ & - \sum_g I(f - g) \langle\langle S_f^z S_g^+ - S_f^+ S_g^z ; (S_{f_0}^-)^n (S_{f_0}^+)^{n-1} \rangle\rangle \quad (2.2) \end{aligned}$$

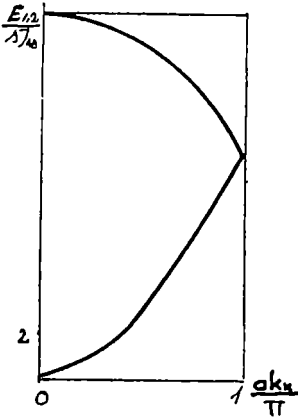


Fig 1

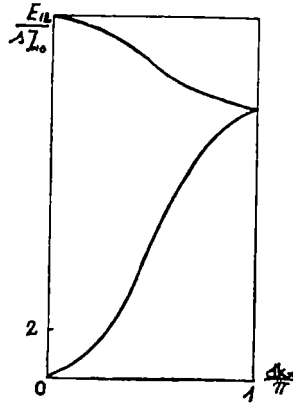


Fig. 2.

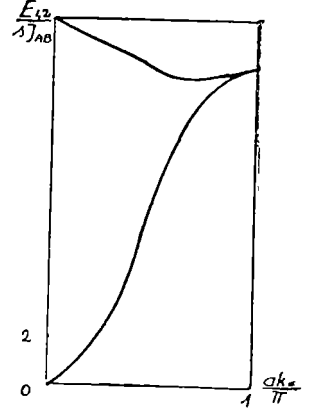


Fig 3

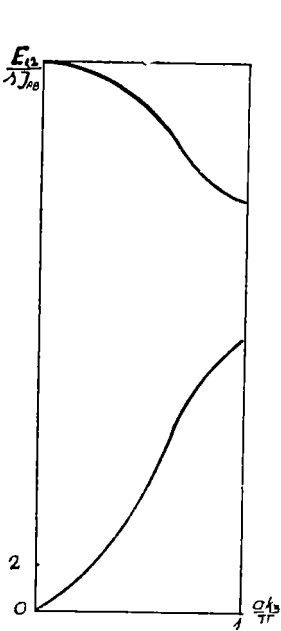


Fig. 4

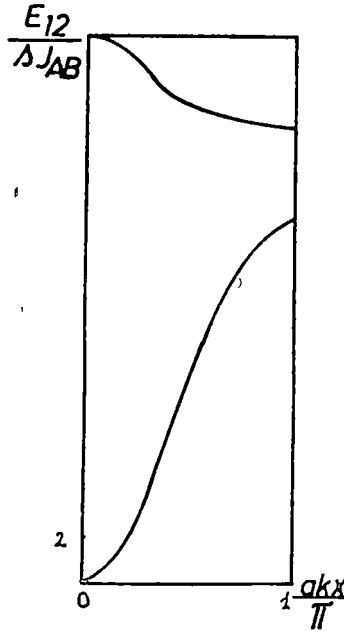


Fig. 5.

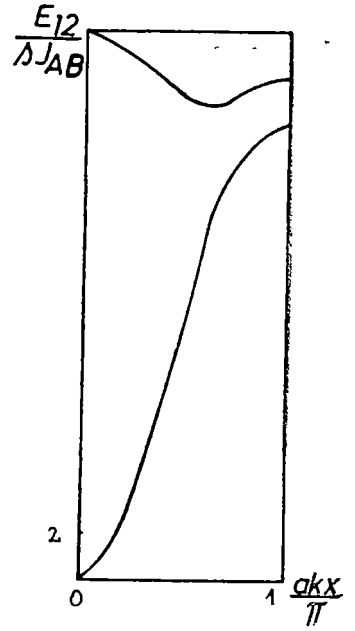


Fig. 6.

and a similar equation for  $G_{ef}$ . Using a Zubarev decoupling we obtain for the spin wave spectrum:

$$\begin{aligned}
 2E_{1,2} = & s_1\alpha_1 - s_2\alpha_2 + \alpha_3 (s_1 - s_2) - s_1\nu_k + s_2\beta_k \pm \\
 & + \{ [s_2\alpha_2 - s_1\alpha_1 + \alpha_3 (s_2 - s_1)]^2 - 4[s_2\alpha_3 - s_1\alpha_1][s_2\alpha_2 - s_1\alpha_3] + \\
 & + 2(s_1\nu_k + s_2\beta_k) [\alpha_3 (s_1 + s_2) - s_1\alpha_1 - s_2\alpha_2] + (s_1\nu_k + s_2\beta_k)^2 - 4s_1s_2\rho_k^2 \}^{1/2}
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$



where :

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \langle S_f^z \rangle & \alpha_1 &= \sum_{f_1} I(f - f_1) & v_k &= \sum_{f_1} I(f - f_1) e^{ik(f-f_1)} \\
 s_2 &= -\langle S_g^z \rangle & \alpha_2 &= \sum_{g_1} I(g - g_1) & \beta_k &= \sum_{g_1} I(g - g_1) e^{ik(g-g_1)} \\
 & & \alpha_3 &= \sum_f I(g - f) & \zeta_k &= \sum_f I(f - g) e^{ik(f-g)}
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

3. *Numerical calculations.* We made the numerical calculations for

$$I_{AA} = I_{BB} = \frac{1}{2} I_{AB}, \quad s_1 = -s_2 \quad (\text{Fig. 1-3})$$

$$I_{AA} = I_{BB} = \frac{1}{2} I_{AB}, \quad s_1 = -2s_2 \quad (\text{Fig. 4-6})$$

in nearest neighbour approximations.

Our results are not the same as the Bariahtar — Sişkin [2] one. They used approximations which give a local spin instability (negative spectrum).

On the other hand, present results are different from those presented in [1], since we used other approximations.

The authors wish to acknowledge Prof. Iuliu Pop for helpful discussions on the subject.

(Received September 20, 1972)

#### REFERENCES

- 1 Crişan, M., McNeil, M., Crişan, V. *Studia Univ. Babeş-Bolyai, ser. Phys*, 1, 41, 1972
- 2 Bariahtar, V. G., Sişkin, L. A. *Fizika metallov i metallovedenie*, 17, 664, 1964.

#### SPECTRUL UNDELOR DE SPIN PENTRU STRUCTURI C.V.C FEROMAGNETICE (Rezumat)

Folosind o tehnică de funcție Green s-a calculat spectrul energetic pentru o structură c.v.c cu interacțiuni feromagnetice

Rezultatele obținute sînt comparate cu 2 lucrări similare [1] și [2]

#### СПЕКТР СПИНОВЫХ ВОЛН ДЛЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ О.Ц.К СТРУКТУР (Резюме)

Применяя технику функции Грина, авторы вычислили энергетический спектр для о.ц.к. структур с ферромагнитными взаимодействиями

Полученные результаты сравниваются с двумя сходными работами [1] и [2]





Intreprinderea Poligrafică Cluj 749/1973

1973/12/14

## CRONICĂ

### I. Susțineri de teze de doctorat

31 mai 1972

Gheorghe Ilonca, *Studiul efectului Hall în aliaje pe bază de nichel*. Conducător științific prof. dr. Iuliu Pop

1 iulie 1972

Ioan Barbur, *Studiul prin rezonanță electronică de spin a defectelor paramagnetice induse prin iradiere în compuși cu azot și sulf*. Conducător științific: prof. dr. doc. Ioan Ursu, membru corespondent al Academiei R. S. România.

### II. Participări la manifestări științifice internaționale

20—26 august 1972

Al XVII-lea Congres de fizică AMPÈRE, Turku, Finlanda. Au participat prof. Alexandru Bodi, lect. Dan G. Popescu, lect. Vasile Niculescu, asist. Valentin Militaru, cercet. Liviu Giurgiu, cercet. Eleonora Trif. Au fost prezentate următoarele comunicări. V. Znamirovski, O. Cozar, Al.

Nicula, *ESR Linewidth Study of Vanadyl Ion in Natural Water and Heavy Water*; Al. Nicula, E. Trif, *ESR of Unequivalent positions of Gd in Zeolite*, I. Barbur, Al. Bodi, G. D. Popescu, V. Militaru, *ESR and Microwave Dielectric Measurements of Gamma-Irradiated Ferroelectric Ammonium Hydrogen Sulfate*.

24—28 septembrie 1972

A X-a Conferință internațională de ultraacustică, Praga, Cehoslovacia. Au participat conf. D. Auslander, asist. Corina Șerban, asist. Ioana Macavei, asist. Elena Rus, asist. Aurelia Ciupe. S-au prezentat următoarele comunicări. C. Șerban, D. Auslander, I. Lenart, I. Macavei, E. Rus, *Crystallization Processes in Ultrasonic Field*; I. Macavei, E. Veress, D. Auslander, C. Șerban, *Action of Ultrasounds upon Different Blood Cell Suspensions*, D. Auslander, I. Lenart, E. Rus, *Ultrasonic Emulsification*; D. Auslander, L. Onițiu, C. Șerban, I. Macavei, A. Ciupe, *Ultrasonic Velocity in Aqueous Solutions of Electrolytes*.

43 904